

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI “FEDERICO II”

FACOLTÀ DI INGEGNERIA



Tesi di

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Aerospaziale

XV ciclo

**Alcuni aspetti della balistica interna di un endoreattore a
propellenti ibridi e del comportamento di ugelli a spina troncata**

Tutori Ch.mi

Prof. Ing. Annamaria Russo Sorge

Prof. Ing. Giovanni M. Carlomagno

Candidato

Dott. Ing. Carmine Carmicino

Coordinatore del Dottorato di Ricerca

Ch.mo Prof. Ing. Antonio Moccia

Novembre 2002

*“Ad Aurora,
che sente, pensa, vive in me... più di me!”*

INDICE

INTRODUZIONE.....	1
CAPITOLO I	
Analisi Teoriche e Sperimentali della Velocità di Regressione	11
I.1 I primi modelli teorici.....	11
I.2 Il modello di Marxman e Gilbert.....	17
I.2.1 Determinazione del coefficiente d'attrito alla parete e della velocità nella zona di fiamma.....	19
I.2.2 L'effetto della variazione delle proprietà all'interno dello strato limite	25
I.2.3 L'effetto del flusso termico radiativo	26
I.2.4 Applicazione della teoria al caso di un grano di combustibile cilindrico.....	28
I.2.4.1 Verifiche sperimentali	31
I.3 La dipendenza della velocità di regressione dalla pressione	34
I.3.1 I risultati sperimentali ed il modello di Smoot e Price	34
I.3.2 I risultati sperimentali ed il modello di Wooldridge e Marxman	39
CAPITOLO II	
L'Apparato Sperimentale	45
II.1 Il motore	45
II.2 Il sistema di alimentazione	48
II.3 Le grandezze fisiche misurate ed il sistema di acquisizione	50
CAPITOLO III	
La Tecnica ad Ultrasuoni per la Misura della Velocità di Regressione Istantanea.....	55
III.1 Le onde ultrasonore	55
III.2 Sonde ultrasonore	58
III.2.1 Caratteristiche del fascio ultrasonoro	60
III.3 La misura dello spessore.....	62
III.4 Caratterizzazione del sistema ad ultrasuoni utilizzato e metodo di misura.....	64
III.4.1 L'effetto della temperatura	69
III.4.2 L'effetto della pressione	74

CAPITOLO IV

Analisi dei Risultati Sperimentali	81
IV.1 Calcolo della velocità di regressione	81
IV.2 Dipendenza della velocità di regressione dal flusso di massa e dalla pressione.....	85
IV.3 Balistica interna.....	89
IV.3.1 Un metodo innovativo per la correlazione dei dati sperimentali istantanei	94
IV.4 Prestazioni.....	98
IV.5 Conclusioni	100

CAPITOLO V

Caratteristiche degli Ugelli a Spina	103
V.1 Introduzione	103
V.2 Principio di funzionamento degli ugelli non convenzionali ad espansione esterna..	104
V.2.1 Funzionamento di ugelli convenzionali e a spina fuori dalle condizioni di progetto	106
V.3 Tipi di ugelli a spina e tecniche di disegno del profilo	109
V.4 Confronto tra la spinta di un ugello convenzionale e di uno a spina	114
V.5 Cenni sullo stato della ricerca	119

CAPITOLO VI

Progetto dell'Ugello e Prove Preliminari	123
VI.1 Gli obiettivi del progetto	123
VI.1.1 Scelta e disegno del profilo della spina.....	124
VI.1.2 Definizione della geometria della gola e del convergente	127
VI.2 Dimensionamento del sistema di raffreddamento.....	129
VI.3 Le prove sperimentali ed i risultati preliminari.....	135
BIBLIOGRAFIA	139

LISTA DEI SIMBOLI

a	costante
A	fattore preesponenziale della legge di Arrhenius; funzione; area
b	costante; larghezza della spina
B	coefficiente di scambio di massa (“Blowing factor”)
c	velocità del suono; costante
c^*	velocità caratteristica
c_1, c_2, c_3	costanti
C_f	coefficiente d’attrito alla parete
c_p	calore specifico a pressione costante
C_S	coefficiente di spinta
c_s	calore specifico del combustibile
C_t	costante
D	diametro della porta del combustibile; diametro equivalente dei condotti di raffreddamento dell’ugello a spina; diametro della sonda ad ultrasuoni
D_0	diametro iniziale della porta del combustibile
D_{eff}	diametro effettivo
D_{ox}	coefficiente di diffusione dell’ossigeno
E	modulo di Young; energia totale
\dot{m}	portata di massa
E_a	energia di attivazione
f	funzione; frequenza
F	forza di trazione; filtro; forza
f_m	rapporto di miscelamento tra combustibile ed aria (modello di Bartel e Rannie)
G	flusso di massa; modulo di elasticità tangenziale
g	funzione; accelerazione di gravità
H	calore di combustione (modello di Bartel e Rannie)
h	entalpia
h_v	calore di vaporizzazione
I	funzione del fattore di blowing; intensità delle onde ultrasonore
I_{sp}	impulso specifico
k	conducibilità termica; costante

K	frazione di massa; costante; fattore di compressibilità
k_c	costante cinetica
L	lunghezza del grano; lunghezza della spina dell'ugello; lunghezza del provino
l	spessore del cristallo di quarzo; lunghezza della caratteristica
L_0	ampiezza del near field; ampiezza a riposo del provino
l_c	distanza percorsa dal fronte di fiamma
l_t	scala caratteristica della turbolenza
M	numero di Mach
m	esponente della pressione
M_0	massa iniziale del combustibile
M_2	massa finale del combustibile
m_i	frazione di massa della specie i -esima
n	esponente del profilo di velocità; ordine della reazione; esponente del flusso di massa; ordine dell'armonica
O/F	rapporto di miscelamento
p	pressione
Pr	numero di Prandtl
\dot{Q}	potenza termica
\dot{q}_w	flusso termico alla parete
r	coordinata radiale
R	raggio della porta del combustibile; costante del gas; fattore di correlazione
\mathcal{R}	coefficiente di riflessione
R_0	costante universale dei gas
\dot{r}	velocità di regressione
\dot{r}_0	velocità di regressione nel caso che il fattore di controllo sia solo lo scambio termico turbolento
Re	numero di Reynolds
s	spessore del combustibile; spessore delle pareti dei condotti di raffreddamento
S	spinta
Sc	numero di Schmidt
St	numero di Stanton
T	temperatura
t	tempo

\mathcal{T}	coefficiente di trasmissione
t_o	tempo ultrasonoro
T_t	temperatura del gas all'ascissa x (modello di Bartel e Rannie)
T_{t0}	temperatura del gas all'ingresso del condotto (modello di Bartel e Rannie)
T_{tm}	temperatura del gas nel caso di reazione di tutto l'ossigeno (modello di Bartel e Rannie)
u	componente assiale della velocità; componente dello spostamento lungo x
$u\epsilon$	fluttuazione turbolenta della velocità
U_f	velocità del fronte di fiamma
v	componente radiale della velocità; componente dello spostamento lungo y
V	velocità
\mathcal{V}	volume
V_c	velocità media di fiamma
w	componente dello spostamento lungo z
W	rapporto tra la velocità e la velocità limite
x	ascissa lungo l'asse del grano di combustibile; ascissa sull'asse di simmetria dell'ugello a spina
X	spostamento della particella macroscopica in moto turbolento
X_m	lunghezza di ingresso
X_{max}	ascissa del massimo della velocità di regressione
X_{uo}	ascissa corrispondente al rapporto stechiometrico
y	coordinata normale
z	coordinata assiale adimensionalizzata rispetto alla lunghezza del condotto; asse di riferimento
Z	impedenza acustica

SIMBOLI GRECI

Θ	variazione percentuale di volume
Ψ	funzione (modello di Penner)
\mathbf{a}	coefficiente di assorbimento; diffusività termica; costante; coordinata polare
\mathbf{a}_T	coefficiente di dilatazione termica
\mathbf{b}	coefficiente di assorbimento specifico; costante

<i>d</i>	spessore di strato limite
<i>d</i>[*]	spessore di spostamento
<i>e</i>	viscosità cinematica apparente; emissività; rapporto tra le aree dell'ugello; errore di misura; allungamento relativo
<i>f</i>	rapporto tra la velocità <i>u</i> e quella al bordo dello strato limite
<i>g</i>	funzione; rapporto tra i calori specifici; angolo di semidivergenza del fascio ultrasonoro
<i>h</i>	rapporto tra la coordinata <i>y</i> e lo spessore dello strato limite
<i>h_c</i>[*]	efficienza della combustione
<i>l</i>	frazione di massa dei prodotti gassosi alla parete; prima costante di Lamè; lunghezza d'onda
<i>m</i>	viscosità dinamica; angolo di Mach
<i>n</i>	modulo di Poisson; angolo di Prandtl-Meyer
<i>u_o</i>	rapporto di miscelamento stechiometrico
<i>q</i>	spessore della quantità di moto; rapporto tra il tempo caratteristico di reazione e quello di scambio turbolento
<i>r</i>	densità
<i>r</i>[*]	densità ottica
<i>s</i>	costante di Stefan-Boltzmann; parametro della Gaussiana
<i>s_r</i>	tensione radiale
<i>t</i>	sforzo d'attrito
<i>y</i>[*]	funzione

PEDICI

<i>a</i>	condizioni atmosferiche
<i>e</i>	bordo esterno dello strato limite; condizioni in uscita dall'ugello; esterno
<i>s</i>	combustibile solido; divergente supersonico
<i>ox</i>	ossidante
<i>f</i>	combustibile
<i>i</i>	iniziale; condotto <i>i</i> -esimo; interno
<i>l</i>	liquido

<i>g</i>	gas; condizioni di gola
<i>c</i>	zona di fiamma; reazione
<i>w</i>	parete
<i>0</i>	assenza di addizione di massa; condizioni di ristagno; condizioni relative a velocità del suono costante
<i>P</i>	generico punto sulla superficie della spina
<i>rad</i>	radiativo
∞	condizioni all'infinito
<i>t</i>	turbolento
<i>ref</i>	condizioni di riferimento
<i>p</i>	pressione
<i>T</i>	temperatura
<i>eff</i>	effettivo
<i>aw</i>	parete adiabatica

APICI

'	ugello a spina
-	valore medio
0	istante iniziale

ELENCO DELLE TABELLE

Tab.3.1– Valori della velocità delle onde trasversali e dell'impedenza acustica di alcuni materiali	57
Tab.3.2– Proprietà meccaniche del polietilene	78
Tab.4.1– Tabella delle prove con ossigeno-polietilene	84
Tab.4.2– Valori medi di alcuni parametri calcolati integrando l'equazione di continuità	93
Tab.5.1– Caratteristiche del motore con ugello a spina lineare XRS-2200	120
Tab.6.1– Dati di progetto dell'ugello	125
Tab.6.2– Valori misurati durante le prove	136
Tab.6.3– Valori calcolati mediante simulazione numerica	137

ELENCO DELLE FIGURE

Fig.1– Schemi di sistema ibrido diretto ed inverso.....	1
Fig.2– Schema del motore ibrido utilizzato nei laboratori di Farben (Lutz).....	3
Fig.3– Schema di funzionamento di un ugello a spina	9
Fig.1.1– Il modello di combustione di Bartel e Rannie	12
Fig.1.2– Il modello di Emmons	15
Fig.1.3– Soluzione esatta ed approssimata per la funzione $\psi(B)$	16
Fig.1.4– Modello di combustione nello strato limite	17
Fig.1.5– Confronto tra dati sperimentali e teorici relativi all’effetto dell’iniezione di massa sul coefficiente d’attrito (rif. 27).....	23
Fig.1.6– Schema dei volumi di controllo scelti nello strato limite	23
Fig.1.7– Flusso termico radiativo, convettivo e di parete.....	27
Fig.1.8– Andamento della velocità di regressione media in funzione del flusso di ossidante iniziale e del flusso di massa totale medio	31
Fig.1.9– Schema dell’apparato sperimentale utilizzato da Marxman et alii	32
Fig.1.10– Velocità di regressione del plexiglas in funzione del flusso di ossidante e del tempo di prova	32
Fig.1.11– Velocità di regressione del plexiglas in funzione del rapporto L/D_0 (a sinistra), e del diametro iniziale (a destra).....	33
Fig.1.12– Schema dell’apparato sperimentale utilizzato da Smoot e Price	35
Fig.1.13– Velocità di regressione in funzione del flusso di massa e della composizione dell’ossidante.....	35
Fig.1.14– Effetto del flusso di massa e della pressione sulla velocità di regressione	36
Fig.1.15– Schema della dipendenza della velocità di regressione dalla pressione e dal flusso di massa	36
Fig.1.16– Influenza della pressione parziale dell’ossidante sulla velocità di regressione	38
Fig.1.17– Correlazione dei dati sperimentali mediante la (1.73).....	39
Fig.1.18– Andamento qualitativo della velocità di regressione.....	42
Fig.1.19– Velocità di regressione in funzione della pressione per il sistema ossigeno-poliuretano	43
Fig.1.20– Effetto del flusso di massa sulla velocità di regressione (dati di Smoot e Price)	44
Fig.2.1– Sezione del razzo a propellenti ibridi	45
Fig.2.2– Particolare della sede del trasduttore ad ultrasuoni	46
Fig.2.3– Disegno costruttivo dell’ugello (misure in <i>mm</i>)	47
Fig.2.4– Sistema di sospensione al banco del motore	48
Fig.2.5– Schema delle linee di alimentazione	49
Fig.2.6– Disegno costruttivo dell’ugello utilizzato per la calibrazione del venturimetro (misure in <i>mm</i>).....	49
Fig.2.7– Curva di calibrazione del venturimetro	50
Fig.2.8– A sinistra andamento dello spessore e della portata di ossigeno in funzione del tempo; a destra andamento della spinta e della pressione in camera di combustione	54

Fig.3.1– Andamento del coefficiente di riflessione in funzione del rapporto delle impedenze acustiche	57
Fig.3.2– Schema costruttivo di una sonda ultrasonora dritta	60
Fig.3.3– Andamento schematico del campo sonoro	61
Fig.3.4– Andamento del fascio ultrasonoro	61
Fig.3.5– Schema dell'apparato ultrasonoro	62
Fig.3.6– Forma d'onda e spettro del trasduttore V114-SB	65
Fig.3.7– Tipica forma d'onda visualizzata con l'oscilloscopio (polietilene)	66
Fig.3.8– Andamento temporale di t_o e della pressione in camera di combustione (polietilene)	68
Fig.3.9– Schema dell'apparato sperimentale per le misure della velocità del suono in funzione della temperatura (polietilene).....	70
Fig.3.10– Velocità del suono in funzione della temperatura (polietilene)	71
Fig.3.11– Andamento della velocità del suono in funzione della distanza dalla superficie (polietilene).....	72
Fig.3.12– Errore di misura dovuto all'effetto della temperatura.....	73
Fig.3.13– Definizione del campo tensionale nel grano di combustibile	75
Fig.3.14– Andamento della tensione e dello spostamento dei punti della superficie interna del combustibile in funzione del raggio	76
Fig.3.15– Provini di polietilene per le prove di trazione.....	77
Fig.3.16– Curva $s-e$ per il polietilene	78
Fig.3.17– Errore di misura dovuto all'effetto della pressione.....	79
Fig.4.1– Velocità di regressione e flusso di ossidante istantanei	82
Fig.4.2– Velocità di regressione istantanea in funzione del flusso di ossidante istantaneo e della pressione	85
Fig.4.3– Correlazione dei dati sperimentali: a sinistra eq. (4.8), a destra eq. (4.9).....	86
Fig.4.4– Velocità di regressione media in funzione del flusso di ossidante medio e della pressione	87
Fig.4.5– Correlazione dei dati sperimentali: eq. (4.9) in cui si è sostituito il flusso di ossidante col flusso di massa totale	88
Fig.4.6– Velocità di regressione media in funzione del rapporto caratteristico q	89
Fig.4.7– Tronco di grano cilindrico per l'applicazione dell'equazione di continuità	90
Fig.4.8– Differenza di entalpia e fattore di blowing in funzione del rapporto di miscelamento.....	92
Fig.4.9– Confronto tra la velocità di regressione calcolata con la (1.68) e quella calcolata integrando l'eq. di continuità	92
Fig.4.10– Velocità di regressione media in funzione del flusso di massa calcolati per integrazione.....	93
Fig.4.11– Confronto tra le distribuzioni assiali del diametro interno del grano misurato e calcolato alla fine della prova	95
Fig.4.12– Scostamento percentuale tra i valori misurati e calcolati con la (4.21) dell'ascissa di massimo della velocità di regressione.....	96
Fig.4.13– Confronto tra il diametro interno del grano e quello del getto di ossigeno.....	97
Fig.4.14– Velocità caratteristica media in funzione del rapporto di miscelamento medio	99
Fig.4.15– Efficienza della combustione in funzione del rapporto di miscelamento	99

Fig.4.16– Spinta ed impulso specifico al variare della portata di ossigeno	100
Fig.5.1– Plug-nozzle ed E.D. nozzle	105
Fig.5.2– Comportamento di un ugello a spina in condizione di sovraespansione	107
Fig.5.3– Struttura del flusso a valle del troncamento in condizioni di funzionamento corretto (closed wake) ...	108
Fig.5.4– Confronto tra le prestazioni di ugelli tradizionali ed a spina al variare della quota (rapporto di progetto tra le aree $e = 55$) (rif. 57)	109
Fig.5.5– Ugello a spina ad espansione interna-esterna	111
Fig.5.6– Disegno del contorno della spina basato sull'espansione alla Prandtl-Meyer	111
Fig.5.7– Disegno del contorno della spina basato sul metodo delle caratteristiche	113
Fig.5.8– Superficie di controllo per il calcolo della spinta in ugello a spina	114
Fig.5.9– Rapporto tra le spinte generate dal divergente di un ugello a spina e di un ugello convenzionale.....	116
Fig.5.10– Rapporto tra la spinta generata dal divergente e la spinta totale in un ugello convenzionale ed in uno a spina.....	117
Fig.5.11– Componente negativa di velocità per $n_e > 90^\circ$	118
Fig.5.12– Rapporto tra il coefficiente di spinta parziale e quello relativo all'intero divergente in funzione della lunghezza totale del divergente stesso	119
Fig.6.1– Sezione frontale schematica di un ugello a spina bidimensionale con pareti laterali	124
Fig.6.2– Dimensioni principali della spina.....	126
Fig.6.3– Spina troncata al 25% della lunghezza totale	127
Fig.6.4– Schema generale dell'intero ugello e misure delle dimensioni principali	127
Fig.6.5– Esploso dell'ugello e parti principali.....	128
Fig.6.6– Distribuzione del flusso termico sulla parete della spina e quelle del convergente.....	129
Fig.6.7– A sinistra: vista della parete della spina con condotti di raffreddamento; a destra: vista della parte superiore del convergente	130
Fig.6.8– Schema e numerazione dei canali di raffreddamento: a sinistra parete inferiore del convergente e spina, a destra parete superiore del convergente	131
Fig.6.9– Temperatura di parete lato gas e lato liquido.....	133
Fig.6.10– Particolare dei rib presenti nei primi due canali di una delle pareti del convergente	133
Fig.6.11– A sinistra: sezione con vista dei canali di raffreddamento della spina e delle pareti del convergente; a destra: canali di raffreddamento di una delle pareti laterali	134
Fig.6.12– Pressione in camera di combustione e spinta in funzione del tempo.....	135
Fig.6.13– Temperatura dell'acqua di raffreddamento all'uscita di due dei condotti	136
Fig.6.14– Schema per il calcolo della spinta erogata dall'ugello	137
Fig.6.15– Confronto tra il C_S di un ugello convenzionale e quello dell'ugello a spina	138

INTRODUZIONE

Si definisce a propellenti ibridi un motore di tipo chimico in cui il combustibile e l'ossidante si trovano in differenti stati fisici, tipicamente solido e liquido o gassoso. Appartengono a tale categoria gli endoreattori a propellenti ibridi e i ramjet o scramjet a combustibile solido. In genere si distingue ulteriormente in ibridi "diretti" ed "inversi" rispettivamente a seconda che l'ossidante sia nella fase liquida o gassosa e il combustibile in quella solida o viceversa (Fig.1).

In questo lavoro l'attenzione sarà esclusivamente rivolta verso gli endoreattori a propellenti ibridi diretti. Questi, come lo stesso nome può indurre a pensare, combinano alcuni elementi propri dei razzi a propellenti solidi ed alcuni di quelli a propellenti liquidi. Infatti, in un razzo ibrido l'ossidante, liquido o gassoso, è immagazzinato in un serbatoio, come nei razzi a liquidi, ed è separato dal grano di combustibile solido che è forato ed alloggiato nella camera di combustione allo stesso modo di un razzo a solidi. Il fatto stesso che i propellenti siano separati rende questo sistema di propulsione certamente più sicuro dei razzi a propellenti solidi, rispetto ai quali è, inoltre, più affidabile poiché i grani di combustibile sono inerti e, di conseguenza, eventuali cricche od imperfezioni di lavorazione non comportano alcun rischio. Una maggiore affidabilità è assicurata anche rispetto ai razzi a bi-propellenti liquidi a paragone dei quali gli ibridi contano su un solo sistema di alimentazione riducendo, in tal modo, la probabilità di avarie.

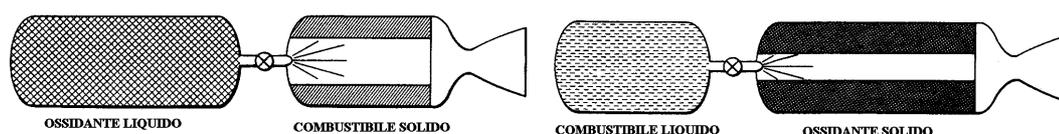


Fig.1- Schemi di sistema ibrido diretto ed inverso

L'ossidante, dunque, viene iniettato attraverso la porta ricavata nel grano di combustibile solido e reagisce con una parte di questo fatta opportunamente sublimare all'accensione. La reazione avviene all'interno dello strato limite in una regione molto sottile appena al di sopra della superficie del grano¹. L'energia rilasciata dalla combustione innalza la temperatura dei gas ed alimenta il processo di ablazione del combustibile solido. Variando la portata di ossidante cambia la produzione dei gas combusti e, quindi, la portata totale effluente attraverso l'ugello di scarico, il che dimostra la possibilità di regolare la spinta. Inoltre,

dotando il motore di un opportuno sistema di accensione, sembra evidente che anche lo spegnimento e la riaccensione siano garantiti.

A queste appena citate si aggiungono una serie di altre caratteristiche favorevoli non meno importanti, quali un impulso specifico[§] più elevato dei solidi. Tipicamente l'impulso specifico di un razzo a propellenti ibridi varia tra 275 e 350 *s* mentre gran parte dei razzi a solidi hanno un impulso specifico tra 200 e 270 *s*; ben al di sopra di tali valori sono, invece, gli impulsi specifici dei razzi a propellenti liquidi che variano tra 300 e 450 *s*. Rispetto ai razzi a liquidi bi-propellenti, per contro, essi hanno un più alto “density impulse”^{§§}, termine tecnico che in inglese indica il prodotto tra impulso specifico e densità media dei propellenti. Non per ultimo, infine, va detto che i sistemi a ibridi hanno un costo di produzione relativamente piccolo ed un più basso impatto ambientale².

Se, dunque, tali sono i vantaggi offerti dai razzi a propellenti ibridi, viene spontaneo chiedersi il motivo per cui fino ad oggi essi non siano mai stati impiegati. Molti ritengono che non esista una risposta semplice ed univoca a tale quesito, ma un'indagine nella storia dello sviluppo di tali sistemi, oltre ad inquadrare le attività svolte, può certamente aiutare a comprenderne le cause.

Secondo alcune fonti, il primo razzo a propellenti ibridi fu progettato dai russi Sergei Korolev e Mikhail Tikhonravov, si chiamava *GIRD-09* e fu lanciato il 17 o 18 agosto del 1933. I combustibili utilizzati erano gasolio gelatinizzato, supportato da una griglia di metallo, ed ossigeno liquido. Il motore (7 *in* di diametro per 8 *ft* di lunghezza) generò una spinta di 500 *N* per 15 *s* e raggiunse 1500 *m* di quota. Alcuni ritengono, però, che tale motore debba appartenere alla categoria di quelli a propellenti liquidi³ per cui l'idea di un motore a razzo a propellenti ibridi si fa risalire intorno al 1937 ad opera di Leonid Andrussow di Farben⁴, un cavaliere russo ufficiale durante la prima guerra mondiale. In seguito, Wolfgang Noeggerath denominò tale combinazione, di un propellente solido ed uno fluido, “litergolo”[†], termine comunemente utilizzato nelle letterature europea. I primi esperimenti condotti da Noeggerath nei laboratori di Farben a Ludwigshaven (Germania) furono eseguiti su un motore in cui il propellente solido era costituito da una pila di dischi cilindrici di carbone multiperforati attraverso i quali fluiva ossido nitroso gassoso (Fig.2). Come in seguito riportato da Lutz⁵, si riuscì ad ottenere un consumo uniforme lungo la superficie del

[§] Si definisce impulso specifico il rapporto tra la spinta erogata e la portata di gas eiettata dal motore

^{§§} Si definisce density impulse il prodotto tra l'impulso specifico e la densità media dei propellenti

[†] Dal greco *lithos* solido, *ergon* lavoro e *oleum* olio

combustibile rivestendo i fori dei dischi con celluloidi. Si misurarono spinte tra 500 e 1000 *kg* in prove della durata di $40 \div 120$ s.

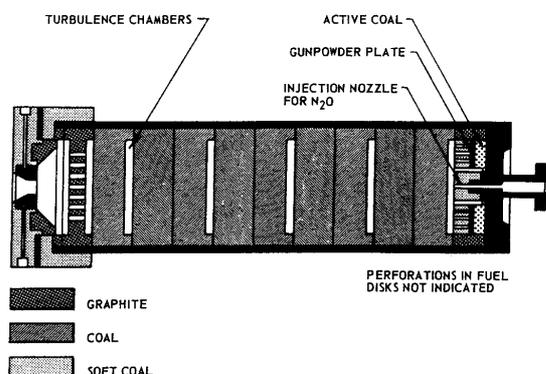


Fig.2– Schema del motore ibrido utilizzato nei laboratori di Farben (Lutz⁵)

Approssimativamente nello stesso periodo (1938-1941), la California Rocket Society (CRS), negli Stati Uniti, effettuò esperimenti utilizzando ossigeno gassoso e delle barre di carbonio scanalate come combustibile solido. Con questa configurazione si raggiunse un impulso specifico massimo di 160 s con una pressione in camera tra 100 e 300 *psi*. Purtroppo il loro lavoro dovette interrompersi a causa della seconda guerra mondiale. Immediatamente dopo, tuttavia, nel 1951 la CRS lanciò un razzo sperimentale utilizzando come propellenti ossigeno liquido e gomma che raggiunse 9 *km* di quota.

Nel 1946 Bartel e Rannie, nel Jet Propulsion Laboratory, esaminarono l'uso del carbonio come combustibile solido di un ramjet ed, inoltre, elaborarono la prima teoria sulla combustione in un motore a propellenti ibridi. Il loro modello assumeva, quale parametro di controllo della velocità di regressione, la diffusione ovvero il trasporto dell'ossigeno verso la superficie del combustibile. Tale modello pionieristico, prendendo in considerazione gli aspetti essenziali del problema, pur essendo molto semplicistico, fu capace di predire, con discreta approssimazione, i dati sperimentali dell'epoca.

Nel 1952 Dembrow e Pompa della John Hopkins University descrissero degli esperimenti sul primo motore a ibridi inverso in cui il combustibile liquido era nafta.

Intanto, tra il 1951 ed il 1956, Moore e Berman della General Electric usarono perossido d'idrogeno (H₂O₂) al 90% e polietilene.

Gli studi condotti sugli ibridi prima della fine degli anni '50, comunque, ebbero quasi tutti carattere puramente sperimentale e servirono in pratica a dimostrarne la fattibilità. Essi misero in luce la carenza di teorie affidabili ed il fatto che la realizzazione di un'applicazione concreta di questo nuovo concetto dipendeva fortemente dalla capacità di colmare tale lacuna,

comprendendo il complicato processo della combustione ibrida. Di fatto, fu osservata una complessa dipendenza della velocità di regressione dalla portata di massa dell'ossidante e dalla geometria della porta del combustibile solido, il che precludeva approcci di tipo empirico applicati, invece, con successo nella ricerca su altri sistemi di propulsione chimica.

Solo negli anni '60 il concetto di razzo a propellenti ibridi suscitò grande interesse nel mondo della propulsione e si sviluppò ampiamente. In effetti, ciò coincise con i nuovi sviluppi apportati nel campo della combustione ed è certamente ad essi attribuibile.

Nello stesso periodo, Marxman^{1,6} ed i suoi collaboratori elaborarono un modello teorico quantitativo per il calcolo della velocità di regressione, basato sullo strato limite turbolento, che tuttora viene utilizzato quale riferimento. Tale modello, tra l'altro, considerava l'effetto di bloccaggio sullo scambio termico convettivo attraverso il quale si riuscivano a spiegare le piccole variazioni della velocità di regressione cambiando i combustibili. Inoltre questo modello includeva l'accoppiamento tra flusso termico radiativo e convettivo e, successivamente modificato, teneva in conto la dipendenza dalla pressione riscontrata in determinati campi del flusso di ossidante.

Indipendentemente Houser e Peck⁷ nel 1963 portarono a termine delle misure locali della velocità di regressione che sostanzialmente confermarono l'andamento previsto dal modello di Marxman.

Anche in Europa, contemporaneamente, alcuni istituti di ricerca furono coinvolti nello studio degli ibridi.

L'ONERA, in Francia, si occupò, in particolare, di coppie ipergoliche tra cui acido nitrico e combustibili a base di ammine⁸. Pugibet e Moutet⁹ nello stesso ambito utilizzarono perossido d'idrogeno ed additarono la superficie del combustibile solido con un catalizzatore.

In Svezia, Ankarsward e Magnusson, in collaborazione con l'Aeronautica Reale Svedese, esaminarono una combinazione di acido nitrico ed un combustibile da loro brevettato di nome "Tagform" a base di polibutadiene e ammine aromatiche. Essi riuscirono a lanciare, per mezzo di un razzo sonda propulso da tale coppia, un carico di 20 kg ad un'altitudine di 80 km.

In Italia presso il CNR di Milano e presso l'Istituto di Aerodinamica della Facoltà di Ingegneria si studiarono rispettivamente gli ibridi inversi e quelli diretti. In particolare a Napoli si condussero test al banco su un razzo a ossigeno gassoso e polietilene, mirati alla misura della velocità di regressione con metodi intrusivi¹⁰ e si fecero le prime ipotesi di propellenti semi-ibridi (ossidante liquido o gassoso e combustibile solido arricchito con una piccola percentuale di ossidante solido al fine di migliorare la velocità di regressione).

Ritornando agli Stati Uniti, la ricerca qui continuò durante il quindicennio 1968-1983 per via di diversi programmi condotti dalla United Technologies – Chemical System Division (CSD)¹¹. In questo contesto fu prodotto un razzo bersaglio teleguidato supersonico, il *Sandpiper*, propulso con il MON-25 (75%N₂O₄ e 25% NO) ed il PMM-Mg; una versione successiva, denominata *HAST*, fu sperimentata con IRFNA[‡]-Pb/PMM e permetteva una regolazione della spinta nell'intervallo 1:10. Infine, il programma *Firebolt*, negli anni '80, concluse questi studi. Durante questi anni furono lanciati razzi a partire da 40'000 *ft* (15.4 *km*) che volarono fino alla quota di 100'000 *ft* (38.5 *km*) raggiungendo un numero di Mach massimo pari a 4 per una durata di 3 ÷ 5 *min*.

Ad ogni modo, emerse chiaramente che il maggiore svantaggio di tale sistema propulsivo era costituito dalle basse velocità di regressione, circa di un ordine di grandezza minori di quelle nei razzi a propellenti solidi. Il principale obiettivo da raggiungere era, quindi, per i grandi motori, ottenere valori elevati della spinta. Già nel 1968 si trovò un modo per far fronte a tale necessità utilizzando un grano di combustibile avente dodici porte, in una configurazione cosiddetta a “wagon wheel”, ciascuna delle quali alimentata da un proprio iniettore. In questo modo, con un grano da 100 *cm* di diametro, si produsse una spinta pari a 180 *kN*.

Migliorare le prestazioni di questi motori era, allora, la sfida da intraprendere: storicamente, infatti, le missioni spaziali sono state guidate dalle performance a scapito dei costi, facendo, quindi, preferire gli endoreattori a propellenti liquidi rispetto ai quali i vantaggi degli ibridi passarono in secondo piano.

I motori più grandi risalgono agli anni '80 – '90. La rinnovata attenzione per gli ibridi in questo periodo, conseguente probabilmente al disastro del *Challenger* ed all'insuccesso del *Titan 34 D*, entrambi correlati agli svantaggi dei razzi a solidi, spinse anche la NASA ad investire nella ricerca. Nel 1985 fu fondata l'American Rocket Company (AMROC) che provò una serie di motori fino a 324 *kN* di spinta e, purtroppo senza successo, il 5 ottobre 1989 lanciò il razzo sonda *SET-1* che fallì per motivi indipendenti dal motore a ibridi. Nel 1995 l'AMROC fu acquisita dalla SpaceDev che ne rilevò la tecnologia e tutt'oggi continua a lavorare nel campo degli ibridi¹².

Il più grande motore a ibridi finora realizzato è stato sperimentato nell'ambito del programma HPDP (Hybrid Propulsion Demonstration Program) cui afferiscono NASA, DARPA, Lockheed Martin, Thiokol, Boeing, Pratt & Whitney's Chemical Systems Division,

[‡] Acronimo di Inhibited Red Fuming Nitric Acid

Allied Signal ed Environmental Aerospace. Tale motore, derivato dall'AMROC, era alimentato da ossigeno liquido e da un grano di polibutadiene con quindici porte, aveva un diametro di 70 *in* ed una lunghezza di 45 *ft*; provato il 13 agosto 1999 presso lo Stennis Space Center della NASA, ha erogato una spinta intorno a 250'000 *lb_f* (1.1 MN) per 15 *s*.

In quegli anni un gruppo del Phillips Laboratory¹³, allo scopo di provare la fattibilità dei combustibili criogenici, svolse una ricerca su una serie di combustibili a base di idrocarburi solidi criogenici (77 K) per mezzo di un motore in scala dal diametro di 5 *in*. I cilindri di combustibile (aventi rapporto tra lunghezza e diametro variabile tra 6 e 16) erano preparati per condensazione di idrocarburi gassosi o liquidi. Le velocità di regressione risultarono fino a otto volte maggiori di quelle con il plexiglas. Per di più, immagini istantanee alla frequenza di 3'000 *frames/s* mostrarono un consumo pressoché uniforme ed assenza di rammollimento del combustibile.

Nel 1996-97 l'Environmental Space Corporation lanciò per quattro volte l'*Hiperion IA* dal Wallops Flight Facility della NASA, che, bruciando N₂O e HTPB[#], raggiunse i 120'000 *ft*. Questi, per la NASA, furono i primi lanci di motori ibridi.

Al fine di aumentare la portata di massa del combustibile, la Orbital Technologies (ORBITEC) nel 1998, anziché ricorrere a grani di combustibile multiporta, iniziava a sperimentare diverse modalità di iniezione basate su vortici assiali fluenti in un grano cilindrico con un'unica porta. Questo nuovo sistema di iniezione dovrebbe aumentare la velocità di regressione all'incirca di dieci volte^{14,15}.

La stessa ORBITEC¹⁶ oggi sta effettuando ricerche nel campo dei motori ibridi a combustibili criogenici i quali offrono un aumento della densità del 30% circa. L'ultimo motore, di recentissima concezione, è l'*ACHRE* che si avvale di ossigeno solido (SOX) e di idrogeno liquido. A pieno carico l'*ACHRE* contiene 5 *kg* di SOX e produce una spinta di 120 *lb_f*.

Anche sul piano della ricerca, gli anni '90 assistono ad un crescente e rinnovato interesse verso la propulsione a ibridi che per lo più dura tutt'oggi. Solo per citare qualcuno dei campi di ricerca, alla Penn State University K.K. Kuo ed il suo gruppo studiarono, e ancora continuano a farlo, per mezzo di un motore bidimensionale, il comportamento di combustibili solidi che bruciano con ossigeno gassoso nell'intento di chiarificare il processo fisico che governa la velocità di regressione, per certi versi ancora oscuro, e la pirolisi del combustibile

[#] Acronimo di Hydroxyl-Terminated Polybutadiene

solido nelle diverse condizioni operative. Alla Purdue University, invece, si conducono esperimenti con perossido d'idrogeno ad elevata concentrazione e polietilene.

Anche in Israele, al Rafael, ricercatori si occupano di motori ibridi con particolare riferimento all'applicazione ad un innovativo sistema di propulsione spaziale in cui i piccoli incrementi di velocità sono assicurati da motori a idrazina mentre motori ibridi inversi, che utilizzano i prodotti di decomposizione dell'idrazina quale combustibile gassoso, producono le grosse accelerazioni. Al Technion in Haifa si conducono invece ricerche su motori ramjets e scramjets a combustibile solido (altra applicazione del concetto di combustione ibrida).

Infine, a Napoli nel febbraio 2001, sulla base dell'esperienza maturata fin dagli anni '70, è stato inaugurato ufficialmente l'inizio delle attività di ricerca sperimentale nel Laboratorio di Propulsione Aerospaziale dell'Università "Federico II", sito nell'aeroporto militare di Grazzanise (CE), dove a partire dal 1998 è stato costruito un banco prova per razzi a propellenti ibridi unico in Italia e fra i pochissimi in Europa per dimensioni e prestazioni¹⁷. A partire dalla ricerca di base sui motori a ibridi e sfruttando le potenzialità del banco prova, lo scopo dei ricercatori dell'Università di Napoli è anche quello di sviluppare esperienza nell'ambito, ad esempio, di ugelli non convenzionali – plug nozzles –, di nuovi catalizzatori per la configurazione H₂O₂-polietilene ed, ovviamente, l'acquisizione di conoscenze dei sistemi sperimentali utilizzati riversabili in altri settori.

Alla luce di quanto fin qui esposto, appare possibile dedurre che il più grande impedimento all'impiego su larga scala di questa tecnologia sicura, pulita e poco costosa è rappresentato grandemente dalla mancanza di esperienza e, probabilmente, non dagli svantaggi connessi. La bassa efficienza della combustione e le dimensioni di questi motori (lungi e sottili per favorire una elevata portata di combustibile) sembrano problemi non insormontabili, soprattutto se si considera che il numero di prove raccolte su grandi motori non è certamente significativo a confronto di quelle effettuate sia con i razzi a solidi che con quelli a liquidi. Piuttosto si deve indagare tra i motivi di carattere politico¹⁸. Il lavoro svolto sugli ibridi tra gli anni '60 e '70 è stato condotto da società che si occupavano di razzi a liquidi e solidi per cui non è sorprendente il fatto che gli ibridi passassero in secondo piano essendo primario l'interesse di sfruttare tecnologie acquisite anziché investire in ricerche dall'esito non certo. D'altronde la tipologia delle missioni effettuate in quei tempi richiedevano performance largamente soddisfatte dai motori a solidi e a liquidi (alte spinte, alti impulsi specifici).

Oggi sembra si sia raggiunta una giusta sensibilità verso i reali benefici che la propulsione ibrida può apportare. La politica del "Low Cost Access to Space" inaugurata dagli Americani

negli anni '80, il riguardo per l'ambiente hanno suscitato nuovo interesse verso l'ibrido. La campagna sperimentale intrapresa dall'HPDP su grossi motori continua a dare risultati positivi e c'è chi propone razzi ibridi come boosters dello *Space Shuttle* in luogo degli attuali razzi a solidi¹⁹. Naturalmente questa soluzione, a parità di impulso totale, implicherebbe un motore più voluminoso ma meno pesante, grazie al più elevato impulso specifico dei combustibili LOX-polimero.

Nel terreno di questa rinascita pone le radici il lavoro di tesi presentato in queste pagine. L'obiettivo scientifico primario, quantunque non innovativo, è stato la caratterizzazione delle prestazioni di un endoreattore a propellenti ibridi, con particolare riferimento all'analisi dei parametri che influenzano la velocità di regressione del combustibile solido. L'aspetto innovativo risiede, invece, nell'utilizzo della tecnica ad ultrasuoni per la misura della velocità di regressione istantanea. Una tale misura, in effetti, rappresenta un mezzo efficace per ridurre il numero delle prove sperimentali poiché permette di correlare i valori di grandezze variabili nel tempo anziché i loro valori medi, e certamente può essere un valido aiuto nella comprensione di alcuni fenomeni quale, ad esempio, l'influenza esercitata dalla pressione in camera di combustione sulla velocità di regressione stessa.

Questo metodo, sviluppato presso l'ONERA, inoltre, ha il grande pregio di non essere intrusivo e di non richiedere preparazioni onerose per l'applicazione. Esso consente di misurare lo spessore istantaneo del combustibile in un certo punto e, quindi, la rapidità con cui questo si consuma.

Parte del lavoro è stata, dunque, incentrata sulla messa a punto della tecnica ad ultrasuoni e sul trattamento e l'analisi dei dati sperimentali conseguiti. È necessario, infatti, epurare la misura dello spessore dall'eventuale influenza della pressione e della temperatura sulla velocità del suono nel combustibile, le quali possono alterare la misura stessa.

Contestualmente all'attività svolta sulla propulsione ibrida, è stato altresì aperto un filone di ricerca avente in oggetto il progetto, la realizzazione e le prove sperimentali, sul banco per endoreattori ibridi, di un ugello a spina troncata, raffreddato ad acqua.

Gli ugelli a spina (Fig.3) sono molto interessanti per la capacità, teoricamente prevista, di auto-adattarsi al variare della quota di volo, e per la riduzione di ingombro che permettono rispetto ad un ugello classico, grazie alla modalità di generazione della spinta (deviazione della corrente intorno ad uno spigolo e non variazione delle aree come nell'ugello De Laval) e alla caratteristica di concentrare la spinta sulla prima parte della spina per cui è possibile troncare quest'ultima²⁰. Prove a caldo sono scarsamente presenti in letteratura e raramente sono effettuate scaricando gas combustibili. Si è, perciò, deciso di utilizzare il banco motore per

provare un ugello bidimensionale piano, configurazione scelta per le minori difficoltà connesse sia al disegno che al raffreddamento della spina.

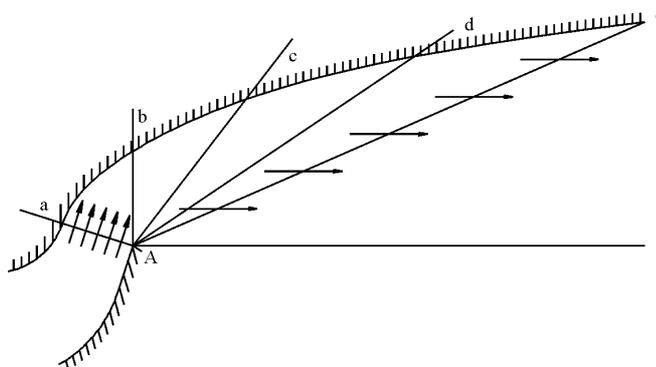


Fig.3- Schema di funzionamento di un ugello a spina

Nelle pagine che seguono, sarà innanzitutto fatta una disamina dei lavori teorici e sperimentali condotti sull'ibrido e sugli ugelli a spina; in seguito sarà descritto l'apparato sperimentale specialmente in riguardo alla tecnica ad ultrasuoni. Infine saranno analizzati le metodiche adottate ed i risultati sperimentali conseguiti.

A conclusione di questa introduzione, affettuosamente mi sia consentito di assegnare a questa tesi il valore simbolico di aver contribuito all'insediamento sul territorio nazionale di un gruppo che sperimenta sulla propulsione ibrida. Mi piace ricordare che svolgere attività sperimentale nel campo della propulsione spaziale costa grande fatica; bisogna lottare contro l'isolamento derivante dall'impossibilità di esercitare nella struttura universitaria, contro le avarie ed i fallimenti sempre presenti e paradossalmente contro il mostro della burocrazia. Aver pur solo aiutato ad inseminare il "germe propulsivo" rappresenta un traguardo, credo, e nel contempo l'inizio di un'avventura... spero!

Per tutto ciò, vorrei esprimere sinceramente la mia gratitudine a chi, credendo in me prima ancora di me stesso probabilmente, con un gesto di puro altruismo ha gettato le basi di questo lavoro. Senza la sua lungimiranza questo lavoro, semmai prodotto, non avrebbe la forma attuale ed io forse mi sarei occupato di tutt'altro. Al Prof. Carlomagno che mi ha incoraggiato ad intraprendere questa strada va il mio sentito ringraziamento che prescinde da ogni formalismo accademico. È pur vero, tuttavia, che se c'è una cessione deve esserci la sensibilità di un'accettazione... ed io sono stato fortunato ad incontrare una così favorevole predisposizione di animo. La voglia di fare, "una ne pensa e cento ne fa", del mio Tutor, la Prof. Russo Sorge, non può che spronarmi ad andare avanti. Grazie!

CAPITOLO I

Analisi Teoriche e Sperimentali della Velocità di Regressione

I.1 I primi modelli teorici

Uno dei problemi fondamentali nel progetto di un endoreattore a propellenti ibridi consiste nel predire con esattezza la rapidità con cui si consuma il combustibile solido, ossia la velocità di regressione, in funzione del tempo e della posizione lungo la superficie del grano. Da questo parametro, infatti, dipende la portata di massa totale scaricata e, quindi, la spinta erogabile da un tale propulsore.

I vari tentativi di elaborare teorie capaci di descrivere il fenomeno della combustione ibrida si sono avvalsi del modello dello strato limite in presenza di scambio termico, di massa e di reazioni chimiche confortati dai successi riscossi nel caso dell'analisi di velivoli in volo ipersonico. Tuttavia, per quest'ultima situazione, il problema risulta relativamente più semplice poiché il flusso esterno allo strato limite è uniforme o, comunque, predeterminabile in base alla geometria del corpo dato. Lo schema di un motore ibrido, invece, non può supportare condizioni uniformi nel centro della porta del combustibile principalmente perché il flusso accelera in conseguenza dell'addizione di massa e la composizione chimica varia.

Questi sono solo alcuni degli aspetti che rendono critica la modellizzazione di tale processo; ciò nondimeno nel corso degli anni sono state messe a punto teorie più o meno valide di cui si darà una panoramica concentrando l'attenzione sugli elementi di maggiore attinenza con tale lavoro.

Il primo modello teorico⁴ che consentiva una valutazione della portata di massa del combustibile fu sviluppato nel 1946 da Bartel e Rannie, i quali considerarono il caso di un grano cilindrico con un'unica porta attraverso la quale fluisce, in moto turbolento, una corrente d'aria. Essi fecero semplicemente l'ipotesi che il fattore di controllo della velocità di regressione fosse la diffusione dell'ossigeno verso la superficie del combustibile, trascurando del tutto di caratterizzare la struttura e la posizione della fiamma. Il moto, inoltre, era considerato unidimensionale e tale che in ogni punto si realizzasse il completo mescolamento tra l'ossigeno ed i prodotti di combustione.

Come indicato in Fig.1.1, il rapporto tra la frazione di massa dell'ossigeno K_{ox} alla generica ascissa x lungo il condotto e quella all'ingresso è assunto uguale al rapporto tra le seguenti differenze di temperatura:

$$\frac{K_{ox}(x)}{K_{ox}(0)} = \frac{T_{tm} - T_t}{T_{tm} - T_{t0}} \quad (1.1)$$

dove T_{t0} è la temperatura del gas all'ingresso del condotto, T_t è la temperatura all'ascissa x e T_{tm} è la temperatura raggiunta nel caso di reazione di tutto l'ossigeno:

$$\bar{c}_p (T_{tm} - T_{t0}) = f_m H \quad (1.2)$$

in cui \bar{c}_p è il calore specifico medio a pressione costante del gas, f_m il rapporto di miscelamento tra combustibile ed aria richiesto dalla reazione (assunto costante lungo l'intero condotto) ed, infine, H è il calore di combustione del combustibile dato.

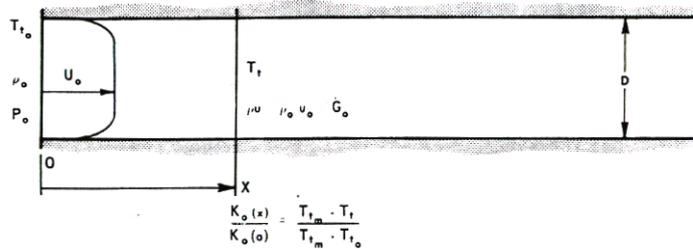


Fig.1.1- Il modello di combustione di Bartel e Rannie

La portata di combustibile che vaporizza per unità di superficie, $(rv)_f$, è inoltre data dal rapporto tra il flusso termico alla parete, \dot{q}_w , ed il calore di combustione del combustibile stesso:

$$(rv)_f = \dot{q}_w / H \quad (1.3)$$

Il problema della determinazione della velocità di regressione, in queste ipotesi, si riduceva, dunque, al calcolo del flusso termico entrante nella superficie del combustibile. Assumendo valida l'analogia di Reynolds per la quale risulta:

$$\dot{q}_w = \frac{C_f}{2} \rho u c_p (T_{tm} - T_t) \quad (1.4)$$

in cui C_f è il coefficiente d'attrito alla parete e $G = \rho u$ è il flusso di massa in direzione assiale, gli autori trovarono un'espressione per l'andamento della temperatura lungo l'asse del grano di combustibile. Supponendo che la potenza termica ceduta al gas che fluisce attraverso il

condotto sia pari al prodotto tra il flusso termico alla parete per l'elemento di superficie cilindrica si ha:

$$\dot{q}_w p D dx = G p \frac{D^2}{4} c_p dT_t \quad (1.5)$$

in cui D è il diametro del condotto, ed imponendo la condizione al contorno $T_t = T_{t0}$ per $x = 0$, si ottiene:

$$T_t = T_{tm} - (T_{tm} - T_{t0}) \exp(-2C_f x / D) \quad (1.6)$$

da cui si ricava immediatamente la frazione di massa dell'ossigeno:

$$K_{ox}(x) = \exp(-2C_f x / D) \quad (1.7)$$

Infine, in base alla (1.3) si giunge ad una semplice relazione tra il flusso di massa del combustibile ed i parametri sopra descritti, la quale evidenzia una leggera dipendenza dalla posizione lungo l'asse:

$$(\mathbf{rv})_f = \frac{1}{2} C_f G f_m \exp(-2C_f x / D) \quad (1.8)$$

Bartel e Rannie integrarono quest'ultima espressione lungo la superficie della porta del combustibile per ricavare il valore medio della velocità di regressione che meglio si prestava al confronto con i dati sperimentali:

$$\overline{(\mathbf{rv})}_f = \frac{1}{L} \int_0^L (\mathbf{rv})_f dx = \frac{G f_m D}{4L} \left[1 - \exp\left(-2C_f \frac{L}{D}\right) \right] \cong \frac{C_f}{2} G f_m \quad (1.9)$$

in cui L è la lunghezza della porta e nell'ultimo passaggio è stato effettuato uno sviluppo in serie al primo ordine. In questa relazione il coefficiente d'attrito, trascurando ancora una volta gli effetti dello scambio di massa, fu assunto uguale a quello sperimentalmente trovato per i condotti in moto turbolento, cosicché la loro espressione della velocità di regressione mostra una dipendenza dal flusso di massa G del tipo potenza con esponente 0.8. Come si vedrà in seguito, tale dipendenza è comune ad altre teorie più elaborate ed in certi campi del flusso di massa, di fatto, risulta sperimentalmente verificata.

Anche Penner, in un approccio diverso, suppose che la velocità di regressione del combustibile in un razzo a propellenti ibridi fosse controllata dalla diffusione dell'ossigeno. La configurazione considerata era la stessa di quella analizzata da Bartel e Rannie: grano di combustibile cilindrico con una sola porta all'interno della quale fluisce ossigeno.

L'approccio di Penner²¹ consisteva nel considerare una fiamma di spessore infinitesimo, arbitrariamente localizzata al bordo esterno dello strato limite, nella quale tutto l'ossigeno si consuma istantaneamente. In queste ipotesi egli pensò di applicare al caso dell'ibrido il problema della diffusione di Burke-Shumann²² al fine di calcolare la concentrazione dell'ossigeno in funzione dell'ascissa x e della posizione radiale r risolvendo la seguente equazione di diffusione con le sottostanti condizioni al contorno:

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial K_{ox}}{\partial x} &= D_{ox} \left(\frac{\partial^2 K_{ox}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial K_{ox}}{\partial r} \right) \forall r \in [0, r-d] \\
 r=0 &\rightarrow \frac{\partial K_{ox}}{\partial r} = 0; \\
 x=0, \forall r \in [0, R[&\rightarrow K_{ox} = K_{ox}(0) \\
 r=R-d &\rightarrow K_{ox} = 0
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

dove D_{ox} è il coefficiente di diffusione dell'ossigeno, u la velocità assiale media, R il raggio del condotto e $d(x)$ lo spessore dello strato limite sulla parete.

In accordo con l'ipotesi di fiamma a diffusione, secondo cui il fronte di fiamma è il luogo dei punti in cui la velocità di diffusione del combustibile e dell'ossigeno sono nel rapporto stechiometrico richiesto per un consumo completo del combustibile, la velocità di regressione del combustibile è calcolata, assumendo che il flusso del combustibile in direzione assiale sia nullo, in base alla relazione:

$$(\mathbf{rv})_f = - \frac{\mathbf{r}D_{ox}}{\mathbf{u}_o} \frac{\partial K_{ox}}{\partial r} \quad \text{per } r = R - d(x) \tag{1.11}$$

in cui \mathbf{r} è la densità della miscela e \mathbf{u}_o è il rapporto di miscelamento stechiometrico tra ossigeno e combustibile.

Penner trovò una soluzione chiusa del problema che, tuttavia, a rigore deve ritenersi valida solo in caso di flusso laminare poiché egli considerò un coefficiente di diffusione costante tenendo in conto, quindi, solo gli effetti della diffusione molecolare e non di quella turbolenta. In effetti, interpolando i dati sperimentali di Peck⁷ relativi alla combustione tra plexiglas ed ossigeno, fu verificato un forte discostamento soprattutto nella parte finale del condotto in cui la relazione di Penner prevede una velocità di regressione nulla (corrispondente al consumo totale dell'ossigeno) mentre gli esperimenti ne evidenziarono, in alcuni casi, addirittura un aumento.

Un ulteriore tentativo, il cui risultato è applicabile solo in regime laminare, fu fatto da Moutet e Barrere i quali ebbero l'idea di estendere le soluzioni sviluppate dapprima da

Spalding²³ ed in seguito usate da Emmons, al caso della combustione ibrida. Il problema risolto da Emmons è schematizzato in Fig.1.2 nella quale è rappresentata una zona laminare di fiamma di spessore finito in cui le concentrazioni del combustibile e dell'ossigeno sono date. Facendo la classica ipotesi che i numeri di Lewis e Prandtl siano uguali ad uno, le equazioni dell'energia, della quantità di moto e della conservazione delle specie assumono la stessa forma del tipo di quella di Blasius²⁶ e, quindi, è possibile risolverle numericamente. Introducendo il "coefficiente di scambio di massa", B , adottato da Spalding, Emmons trovò la soluzione seguente:

$$(rv)_f = G\Psi(B)Re_x^{-0.5} \quad (1.12)$$

in cui B rappresenta il rapporto tra la differenza di energia per unità di massa della corrente e quella della superficie, e l'energia termica necessaria per far vaporizzare la massa unitaria del combustibile, ed è definito dalla relazione:

$$B = \frac{(K_{oxe} - K_{oxw})H / u_o + c_p(T_e - T_s)}{h_v + c_{pf}(T_s - T_i)} \quad (1.13)$$

nella quale K_{oxe} e K_{oxw} sono le concentrazioni dell'ossigeno rispettivamente al bordo esterno dello strato limite e sulla superficie (K_{oxw} generalmente è assunta pari a zero), T_e e T_s le temperature corrispondenti, h_v il calore di vaporizzazione, c_{pf} il calore specifico e T_i la temperatura iniziale del combustibile solido. La funzione $\Psi(B)$ è tracciata in Fig.1.3 ed è approssimata dalla relazione $\Psi(B) = 1.174g(B)$ definita dall'equazione:

$$B = \sqrt{pg}(1 + \operatorname{erf}g)\exp(g^2) \quad (1.14)$$

che nell'intervallo $0.5 < B < 5$ consente di rappresentare la soluzione nella forma seguente:

$$(rv)_f = G[0.18 + \log_{10}(B + 0.7)]Re_x^{-0.5} \quad (1.15)$$

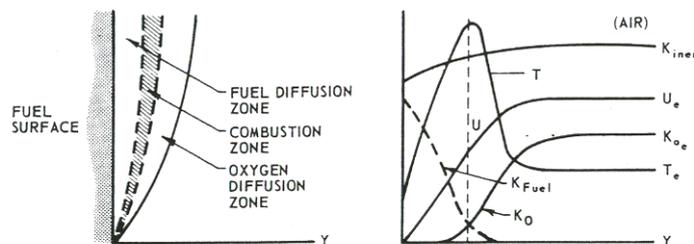


Fig.1.2- Il modello di Emmons

Ovviamente sembra impossibile verificare la validità di tale soluzione poiché, nelle condizioni pratiche, i disturbi prodotti dall'iniezione dell'ossigeno, e soprattutto l'effetto destabilizzante dovuto all'iniezione di massa alla superficie del combustibile, rendono il moto certamente turbolento.

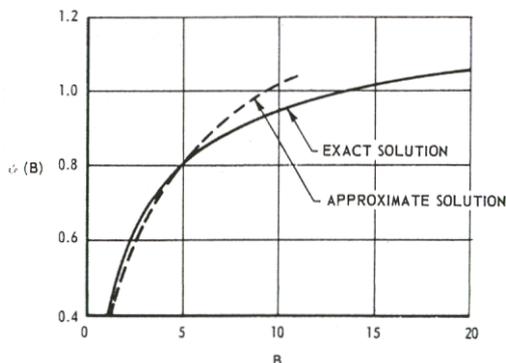


Fig.1.3– Soluzione esatta ed approssimata per la funzione $\psi(B)$

Un metodo del tutto differente fu adottato da Houser e Peck⁷ i quali ipotizzarono che la velocità di regressione potesse essere stimata ricorrendo ad un modello di pirolisi. Infatti, secondo gli autori, poiché la regressione della superficie di un materiale polimerico è conseguenza della pirolisi del materiale stesso, la velocità di regressione deve essere una misura della velocità di pirolisi. Essi posero, dunque, la seguente equazione che esprime la velocità di regressione in funzione delle caratteristiche del materiale e del profilo termico che vi si stabilisce:

$$\dot{r} = A \int_0^s \exp(-E_a / R_0 T) dx \quad (1.16)$$

in cui A è il fattore preesponentiale della legge di Arrhenius, E_a l'energia di attivazione, R_0 la costante universale dei gas ed s lo spessore del materiale.

Per verificare il modello furono condotte prove su una configurazione costituita da una serie di cilindri di plexiglas (PMMA) dal diametro interno iniziale di 1 in, disposti in serie al fine di misurare la distribuzione assiale delle velocità di regressione. Le prove furono effettuate utilizzando ossigeno gassoso e facendone variare la durata allo scopo di valutare anche l'andamento nel tempo del consumo di combustibile. Tra i diversi blocchi cilindrici erano introdotte delle termocoppie per misurare la temperatura all'interno del materiale e la temperatura di parete.

Le velocità di regressione sperimentalmente misurate furono confrontate con quelle calcolate utilizzando la (1.16) ed assumendo un opportuno profilo della temperatura di tipo

esponenziale. L'esito fu deludente nel senso che le velocità di regressione calcolate risultarono minori di quelle misurate in alcuni casi addirittura di cento volte. La conclusione essenziale tratta dagli autori fu che la velocità con cui regredisce il materiale non è evidentemente governata solo dalla pirolisi e che, piuttosto, deve probabilmente intervenire un attacco dell'ossigeno alla parete per il quale la velocità di depolimerizzazione del PMMA sembra aumentare di dieci volte come mostrato in letteratura.

I.2 Il modello di Marxman e Gilbert

Il modello di combustione ibrida più accreditato è stato sviluppato nel 1963 da Marxman e Gilbert¹ e, tuttora, rappresenta il punto di partenza di calcoli di progetto e confronti sperimentali. Il modello in questione si basa sul concetto di fiamma a diffusione: in un sistema a propellenti ibridi la combustione avviene in una zona ristretta dello strato limite nella quale il combustibile perviene per effetto della sublimazione alla parete, mentre l'ossidante per diffusione dalla corrente principale. Questa circostanza suggerisce di trattare la zona di fiamma come una discontinuità nel gradiente di temperatura e nella composizione della miscela così come schematizzato in Fig.1.4.

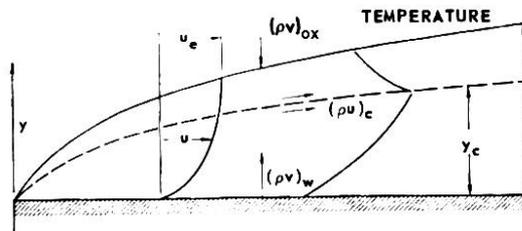


Fig.1.4– Modello di combustione nello strato limite

In tale modello la velocità di regressione è governata dallo scambio termico alla parete ed, in particolare, risulta proporzionale al flusso termico locale secondo la seguente relazione:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = (\mathbf{r}v)_w = \frac{\dot{q}_w}{h_v} \quad (1.17)$$

dove \mathbf{r}_f rappresenta la densità del combustibile solido, \dot{r} la velocità con cui regredisce la superficie del combustibile, $(\mathbf{r}v)_w$ il flusso di massa del gas alla parete, \dot{q}_w il flusso termico alla parete ed, infine, h_v il calore effettivo di vaporizzazione del combustibile, ovvero l'energia per unità di massa necessaria per far vaporizzare il combustibile a partire dalla temperatura iniziale del solido. Cosicché nel caso di un combustibile polimerico come il

polietilene, ad esempio, h_v include il calore necessario per innalzare la temperatura superficiale del combustibile dal valore ambiente iniziale (all'interno del combustibile) a quello di sublimazione, l'energia di depolimerizzazione e il calore latente di sublimazione del monomero (nell'ipotesi semplicistica che il polimero si scinda nel suo monomero). Più specificamente è possibile schematizzare il processo di vaporizzazione mediante le seguenti reazioni che avvengono in corrispondenza della superficie del combustibile:



Indicando con c_{pf} il calore specifico e con T_s e T_i la temperatura superficiale e quella iniziale del solido rispettivamente, risulta dunque:

$$h_v = DH_1 + DH_2 + c_{pf}(T_s - T_i)$$

Il punto cruciale del modello risiede, allora, nella valutazione del flusso termico alla parete che, trascurando la conduzione nel combustibile solido, è pari alla somma del flusso convettivo e di quello radiativo.

Nell'ipotesi in cui i numeri di Lewis e Prandtl possano considerarsi unitari, è applicabile l'analogia di Reynolds per cui il flusso termico per convezione non dipende dal meccanismo di trasporto né dalla velocità di reazione nel gas, nel senso che, come apparirà chiaro in seguito, lo scambio termico dipende solo dalla differenza di entalpia nello strato limite e non dal profilo dell'entalpia stessa. Ciò consente di porre un'equazione formalmente identica a quella valida per gas non reagente²⁴:

$$\dot{q} = -\frac{k_g}{c_p} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (1.18)$$

in cui k_g è la conducibilità termica del gas, h è la somma dell'entalpia sensibile e di quella chimica ed y è una coordinata normale alla superficie. Per l'analogia di Reynolds, inoltre, l'entalpia è linearmente dipendente dalla velocità, per cui vale la seguente eguaglianza:

$$\frac{\partial h}{\partial y} = (h_c - h_w) \frac{\partial(u/u_c)}{\partial y} \quad (1.19)$$

nella quale il pedice c si riferisce alle condizioni di fiamma ed il pedice w a quelle alla parete. Tenendo conto della (1.18) e del fatto che $Pr = 1$, la (1.19) può porsi ugualmente nella forma valida in ogni punto della regione compresa tra la fiamma e la superficie:

$$\frac{\dot{q}}{h_c - h_w} = \frac{t}{u_c} \quad (1.20)$$

in cui compare esplicitamente lo sforzo d'attrito \mathbf{t} . Dividendo entrambi membri della (1.20) per $\mathbf{r}_c u_c$ e ricorrendo alla definizione del coefficiente d'attrito alla parete $C_f = 2\mathbf{t}_w / \mathbf{r}_e u_e^2$, si ha:

$$\frac{\dot{q}_w}{\mathbf{r}_c u_c (h_c - h_w)} = \frac{1}{2} C_f \frac{\mathbf{r}_e u_e^2}{\mathbf{r}_c u_c^2} \Leftrightarrow St = \frac{1}{2} C_f \left(\frac{\mathbf{r}_e u_e^2}{\mathbf{r}_c u_c^2} \right) \quad (1.21)$$

in cui St è il numero di Stanton.

In definitiva la (1.17), nel caso in cui il flusso termico radiativo sia trascurabile rispetto a quello convettivo, si riduce nella forma:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = \mathbf{r}_e u_e \frac{C_f}{2} \frac{u_e}{u_c} \frac{\Delta h}{h_v} = \mathbf{r}_e u_e \frac{C_f}{2} B \quad (1.22)$$

nella quale, per compattezza, la differenza $h_c - h_w$ è stata indicata con $\mathbf{D}h$ ed è stato introdotto il coefficiente di scambio di massa B , anche detto “fattore di Blowing”, definito dagli autori, allo stesso modo di Spalding, come:

$$B = \frac{(\mathbf{r}v)_w}{\frac{1}{2} \mathbf{r}_e u_e C_f} \quad (1.23)$$

In base alla (1.22) risulta, inoltre, $B = (u_e \mathbf{D}h) / (u_c h_v)$ ragion per cui, in assenza di scambio termico radiativo e nel caso in cui il flusso di massa alla parete sia dovuto alla vaporizzazione del combustibile, quest'ultimo può essere interpretato come un fattore termodinamico caratteristico dei propellenti dati, poiché il suo valore dipende essenzialmente dalla differenza di entalpia e, quindi, dalle proprietà dei componenti nello stato solido e gassoso.

1.2.1 Determinazione del coefficiente d'attrito alla parete e della velocità nella zona di fiamma

Affinché la (1.22) possa consentire il calcolo della velocità di regressione è necessario stimare ancora il C_f ed il rapporto u_e/u_c che interviene nel calcolo del coefficiente di scambio B . A questo scopo è utile, innanzitutto, trovare una relazione esplicita che definisca il profilo di velocità nello strato limite. Gli autori²⁵ seguono una via originale che prescinde dal concetto della lunghezza di mescolamento di Prandtl e che parte dall'equazione del bilancio della quantità di moto nello strato limite:

$$\mathbf{r}u \frac{\partial u}{\partial x} + \mathbf{r}v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial y} \quad (1.24)$$

la quale, in prossimità della parete, trascurando il gradiente assiale di pressione, che gli autori calcolano essere di un ordine di grandezza inferiore rispetto agli altri termini, e supponendo il flusso di massa \mathbf{rv} normale alla parete costante, diventa:

$$(\mathbf{rv})_w \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial y} \quad (1.25)$$

che, integrata tra la parete e la generica y , ponendo $\mathbf{f} = u/u_e$, fornisce un'espressione per lo sforzo d'attrito in prossimità della parete stessa:

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_w (1 + B\mathbf{f}) = (\mathbf{m} + \mathbf{re}) \frac{du}{dy} \quad (1.26)$$

nella quale \mathbf{e} rappresenta la viscosità cinematica apparente connessa allo scambio turbolento di quantità di moto. Introducendo il parametro $\mathbf{h} = y/\mathbf{d}$, in cui \mathbf{d} è lo spessore dello strato limite, la (1.26) può essere posta in forma adimensionale:

$$\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{t}_w \mathbf{d} / u_e}{\mathbf{m} + \mathbf{re}} (1 + B\mathbf{f}) = f(y, B) \cdot (1 + B\mathbf{f}) \quad (1.27)$$

nella quale compare una funzione $f(y, B)$ determinabile in base alle seguenti condizioni. Innanzitutto, per $B = 0$ risulta $f(y, 0) = (d\mathbf{f}/d\mathbf{h})_{B=0}$ ed, inoltre, in questo caso (assenza di iniezione di massa alla parete) il profilo di velocità nello strato limite turbolento può essere adeguatamente descritto da una potenza del tipo²⁶:

$$\mathbf{f} = \mathbf{h}^n \quad (1.28)$$

in cui $n = 1/7$ per $Re_x < 10^6$. Risulta dunque:

$$\left(\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{h}} \right)_{B=0} = f(y, 0) = n\mathbf{h}^{n-1} \quad (1.29)$$

Gli autori assumono, quindi, che sia $f(y, B) = A(B)n\mathbf{h}^{n-1}$ in cui A è una funzione di B tale che $A(0) = 1$. In prima approssimazione essi pongono inoltre $B\mathbf{f} \cong B\mathbf{h}^n$ per cui la (1.27) diventa:

$$\frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{h}} = An\mathbf{h}^{n-1}(1 + B\mathbf{h}^n) \quad (1.30)$$

la quale è un'equazione differenziale nell'incognita \mathbf{f} facilmente integrabile con le condizioni al contorno $\mathbf{f}(0) = 0$ e $\mathbf{f}(1) = 1$, le quali consentono anche la determinazione della costante A . La soluzione è:

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{h}^n \left(1 + \frac{B}{2} \mathbf{h}^n \right)}{1 + \frac{B}{2}} \quad (1.31)$$

ed ovviamente si riduce alla (1.28) nel caso in cui $B = 0$. È stato verificato sperimentalmente²⁷ che questa funzione descrive accuratamente il profilo di velocità nell'ampio intervallo $0 \leq B \leq 96.5$; per di più essa indica che il coefficiente di scambio di massa B rappresenta un parametro di similitudine fluidodinamica dello strato limite turbolento nel senso che i profili di velocità sono simili se B è costante.

Ricorrendo alla ben nota formula empirica per il calcolo del coefficiente d'attrito alla parete nel caso di strato limite incompressibile su lastra piana senza iniezione di massa²⁶, C_{f0} , è possibile modificare l'espressione della velocità di regressione (1.22) nel seguente modo:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = 0.03 \mathbf{r}_e u_e Re_x^{-0.2} \frac{C_f}{C_{f0}} B \quad (1.32)$$

in cui $\frac{1}{2}C_{f0} = 0.03 Re_x^{-0.2}$. Il fattore (C_f / C_{f0}) , dunque, tiene conto della riduzione dell'attrito (o equivalentemente dello scambio termico alla parete) dovuta proprio all'aggiunta di massa in corrispondenza della superficie del combustibile, ovvero del cosiddetto effetto di bloccaggio dello scambio termico. Posto in questi termini, il problema consiste nel valutare il fattore (C_f / C_{f0}) . A tal proposito gli autori ritengono che la relazione sviluppata da Lees²⁴:

$$\frac{C_f}{C_{f0}} = \frac{\ln(1+B)}{B} \quad (1.33)$$

sia inadeguata poiché questa, benché lo spessore dello strato limite sia accresciuto per effetto dell'aggiunta di massa, non tiene in conto tale fenomeno. Allo scopo di considerare tale effetto²⁸, essi ricorrono al concetto di lunghezza di mescolamento di Prandtl, per il quale risulta $\mathbf{e} \propto \mathbf{h}^2 (d\mathbf{f}/d\mathbf{h})$, inoltre poiché $\mathbf{f} \cong \mathbf{h}^n$ ed $n = 1/7$, è possibile porre $\mathbf{e} \approx C_t \mathbf{h}$ in cui C_t è una costante (avente le dimensioni di una lunghezza per una velocità) proporzionale alla lunghezza di mescolamento il cui valore non è essenziale ai fini della trattazione. Sostituendo tale espressione di \mathbf{e} nella (1.26), è possibile porre:

$$(1 + Re_d C_t \mathbf{h}) \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{h}} = \frac{1}{2} C_f Re_d (1 + B\mathbf{f}) \quad (1.34)$$

in cui Re_d è il numero di Reynolds riferito allo spessore di strato limite d . La (1.34) va ancora una volta risolta rispetto a f con le condizioni al contorno $f(0) = 0$ e $f(1) = 1$, la seconda delle quali permette di determinare un'espressione per il coefficiente d'attrito:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{C_t}{\ln(1 + Re_d C_t)} \frac{\ln(1 + B)}{B} = g(Re_d) \frac{\ln(1 + B)}{B} \quad (1.35)$$

in cui $g(Re_d)$ è una funzione che descrive la dipendenza del coefficiente d'attrito dal numero di Reynolds che, in assenza di iniezione di massa, è data da $g(Re_d) = \frac{1}{2}C_{f0}$, per cui, utilizzando l'espressione data da Schlichting per C_{f0} , infine risulta:

$$\frac{C_f}{2} = 0.0225 Re_d^{-0.25} \frac{\ln(1 + B)}{B} \quad (1.36)$$

Calcolando il rapporto (C_f / C_{f0}) in base alla (1.36) si ottiene:

$$\frac{C_f}{C_{f0}} = \left(\frac{d_0}{d} \right)^{0.25} \frac{\ln(1 + B)}{B} \quad (1.37)$$

in cui d_0 è lo spessore dello strato limite in assenza di addizione di massa; tale relazione, a differenza della (1.33), tiene esplicitamente in conto l'effetto dell'ispessimento dello strato limite conseguente all'iniezione di massa attraverso il fattore $(d_0/d)^{0.25}$. È possibile valutare questo fattore combinando la (1.36) con l'equazione integrale della quantità di moto di Von Karman per strato limite incompressibile su lastra piana con addizione di massa:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{q}}{dx} &= \frac{C_f}{2} (1 + B) \\ \mathbf{q}(x) &= \int_0^{d(x)} \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy = d(x) \int_0^1 \mathbf{f}(1 - \mathbf{f}) d\mathbf{h} = d(x) I(B) \end{aligned} \quad (1.38)$$

dove è stato indicato con \mathbf{q} lo spessore della quantità di moto e con $I(B)$ la funzione:

$$I(B) = \int_0^1 \mathbf{f}(1 - \mathbf{f}) d\mathbf{h} = \frac{7(1 + 13B/10 + 4B^2/11)}{72(1 + B/2)^2} \quad (1.39)$$

Il risultato che si ottiene considerando B costante (il che significa supporre i profili di velocità simili) è il seguente:

$$\frac{d}{x} = \left[\frac{0.0281}{I} (1 + B) \frac{\ln(1 + B)}{B} \right]^{0.8} Re_x^{-0.2} \quad (1.40)$$

da cui è immediato ricavare:

$$\frac{C_f}{C_{f0}} = \left[\frac{\ln(1+B)}{B} \right]^{0.8} \left[\frac{1+13B/10+4B^2/11}{(1+B)(1+B/2)^2} \right]^{0.2} \quad (1.41)$$

Nella figura di seguito sono rappresentati alcuni dati sperimentali confrontati con le curve teoriche descritte dalle (1.33) e (1.41). È possibile dedurre, come sostengono gli autori, che per elevati valori di B l'eq. (1.41) interpola i dati sperimentali meglio della (1.33), perciò, considerato l'intervallo tipico dei valori di B in un razzo a propellenti ibridi ($0 \leq B \leq 10$), è possibile ritenere valida la seguente altra equazione, che bene approssima la (1.41) nel più ampio intervallo $5 \leq B \leq 100$:

$$\frac{C_f}{C_{f0}} = 1.2B^{-0.77} \quad (1.42)$$

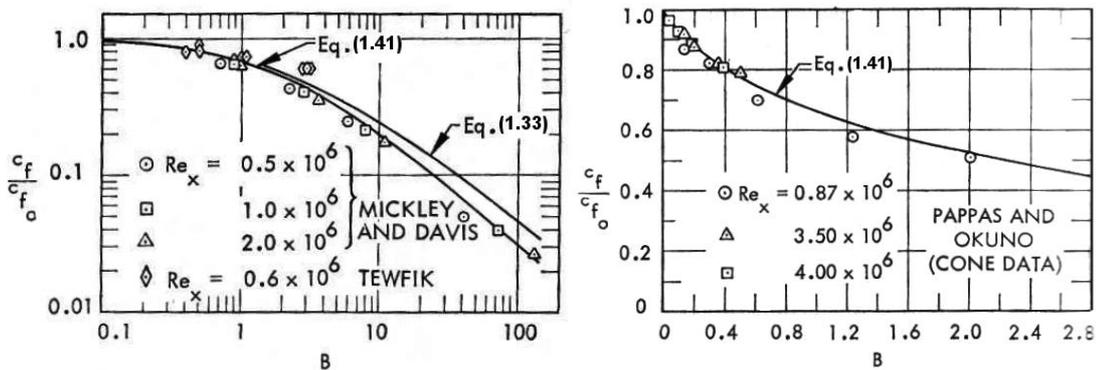


Fig.1.5– Confronto tra dati sperimentali e teorici relativi all'effetto dell'iniezione di massa sul coefficiente d'attrito (rif. 28)

Il fattore u_∞/u_c che determina il valore del coefficiente di scambio di massa B è stato valutato approssimativamente dagli autori ricorrendo ancora una volta all'eq. (1.38) in concomitanza con l'applicazione di bilanci di massa delle singole specie presenti nello strato limite⁶.

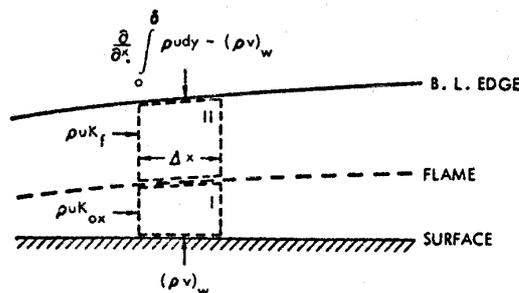


Fig.1.6– Schema dei volumi di controllo scelti nello strato limite

Si considerino i due volumi di controllo separati dalla zona di fiamma così come indicati in Fig.1.6. Impostando un bilancio di massa sul volume di controllo I è possibile individuare un'espressione per la portata di combustibile F per unità di lunghezza che giunge alla fiamma:

$$F = \left[(\mathbf{rv})_w - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{y_c} K_f \mathbf{ru} dy \right] dx \quad (1.43)$$

dove K_f è la frazione di massa del combustibile ed y_c è la distanza della fiamma dalla superficie. Allo stesso modo, considerando il volume di controllo II, ed indicando con K_{ox} e K_{oxe} rispettivamente la frazione di massa dell'ossidante e quella di quest'ultimo al bordo esterno dello strato limite, si ricava un'espressione per la portata di ossidante O che giunge alla fiamma:

$$O = \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \int_0^d \mathbf{ru} dy - (\mathbf{rv})_w \right) K_{oxe} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{y_c}^d K_{ox} \mathbf{ru} dy \right] dx \quad (1.44)$$

Il rapporto tra le due portate non è altro che il rapporto di miscelamento ossidante-combustibile O/F ; dividendo, dunque, membro a membro le (1.43) e (1.44), trascurando i termini di ordine superiore al primo e ricordando la definizione dello spessore della quantità di moto \mathbf{q} si perviene alla seguente equazione:

$$\frac{(\mathbf{rv})_w}{\mathbf{r}_e u_e} (O/F + K_{oxe})(1 - \mathbf{f}_c) = K_{oxe} \frac{d\mathbf{q}}{dx} \quad (1.45)$$

in cui con \mathbf{f}_c è stato indicato il rapporto u_c/u_e ; in base alla (1.38) si giunge, infine, ad una semplice relazione che definisce il rapporto tra la velocità in corrispondenza della fiamma e la velocità al bordo esterno dello strato limite in funzione del rapporto di miscelamento e del parametro Dh/h_v :

$$\mathbf{f}_c = \frac{O/F \Delta h / h_v}{K_{oxe} + (O/F + K_{oxe}) \Delta h / h_v} \quad (1.46)$$

da cui, mediante la (1.31), è immediatamente ricavabile anche la posizione della fiamma relativamente allo spessore dello strato limite \mathbf{h}_c :

$$\mathbf{h}_c = \frac{y_c}{d} = \left(\frac{\sqrt{1 + 2B\mathbf{f}_c(1 + B/2)} - 1}{B} \right)^{1/n} \quad (1.47)$$

In conclusione, sostituendo la (1.42) nella (1.32), si deduce l'espressione definitiva della velocità di regressione valida nel caso in cui il flusso termico radiativo alla parete risulti trascurabile rispetto a quello convettivo:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = 0.036G \left(\frac{Gx}{\mathbf{m}} \right)^{-0.2} B^{0.23} \quad (1.48)$$

nella quale \mathbf{m} è la viscosità dinamica del gas ed ovviamente $Re_x = Gx/\mathbf{m}$

1.2.2 L'effetto della variazione delle proprietà all'interno dello strato limite

L'analisi condotta è, a rigore, applicabile nel caso di flusso incompressibile²⁸; in presenza di reazioni chimiche, invece, possono verificarsi, all'interno dello strato limite, rilevanti variazioni della temperatura, della densità e delle altre grandezze che influenzano pesantemente i coefficienti di scambio termico e di massa. Il problema è stato affrontato dagli autori ricorrendo ad un metodo semiempirico basato sulla trasformazione di Howarth-Dorodnitsyn attraverso la quale è possibile relazionare le proprietà in un certo stato di riferimento dello strato limite a grandezze variabili con quelle dello strato limite incompressibile. Mediante la suddetta trasformazione di coordinate (valida tuttavia solo nel caso di flussi a pressione costante) l'eq. (1.48) risulta, dunque, modificata nella seguente altra che tiene in conto la variazione delle proprietà nello strato limite:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = 0.036 \left(\frac{\mathbf{r}_{ref}}{\mathbf{r}_e} \right)^{0.6} G \left(\frac{Gx}{\mathbf{m}} \right)^{-0.2} B^{0.23} \quad (1.49)$$

in cui \mathbf{r}_{ref} rappresenta la densità nello stato di riferimento da utilizzare nelle corrispondenti equazioni dello strato limite incompressibile. La valutazione del rapporto $\mathbf{r}_{ref} / \mathbf{r}_e$ avviene necessariamente mediante misure sperimentali dello spessore dello strato limite ed, ipotizzando un profilo lineare della densità nella regione al di sopra e al di sotto della fiamma, ricorrendo alle seguenti relazioni che discendono dalla trasformata stessa:

$$\frac{\mathbf{r}_{ref}}{\mathbf{r}_e} = \frac{(\mathbf{d}/x) Re_x^{0.2} \{ (\mathbf{r}_c / \mathbf{r}_e) + 1 + [(\mathbf{r}_w / \mathbf{r}_e) - 1] \mathbf{h}_c \}}{2 \left[\frac{0.0281}{I} (1+B) \frac{\ln(1+B)}{B} \right]^{0.8}} \quad (1.50)$$

$$\mathbf{h}_c = \frac{(\mathbf{r}_c / \mathbf{r}_e + 1) \mathbf{h}_{c_{ref}}}{(\mathbf{r}_w / \mathbf{r}_e + \mathbf{r}_c / \mathbf{r}_e) - (\mathbf{r}_w / \mathbf{r}_e - 1) \mathbf{h}_{c_{ref}}}$$

in cui le grandezze col pedice *ref* sono quelle relative allo strato limite incompressibile. Poiché il prodotto $(d/x)Re_x^{0.2}$ può considerarsi costante (entro i limiti imposti dall'errore sperimentale), mediante una misura dello spessore di strato limite, fissata la combinazione dei propellenti, gli autori ritengono di poter determinare lo stato di riferimento.

I.2.3 L'effetto del flusso termico radiativo

La (1.22) e, quindi, la (1.48) valgono nel caso in cui il flusso termico radiativo alla parete sia nullo. In effetti, tenendo in conto anche lo scambio termico per radiazione alla parete, la (1.32) (in cui sia stato inserito il fattore correttivo per la variazione delle grandezze nello strato limite) si modifica come segue, considerando semplicemente che nella (1.17) il flusso termico alla parete è somma di quello convettivo e quello radiativo:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = 0.03 \left(\frac{\mathbf{r}_{ref}}{\mathbf{r}_e} \right)^{0.6} \mathbf{r}_e u_e Re_x^{-0.2} \frac{C_f}{C_{f0}} B + \frac{\mathbf{s} \mathbf{e}_w (\mathbf{e}_g T_c^4 - T_w^4)}{h_v} \quad (1.51)$$

in cui \mathbf{s} è la costante di Stefan-Boltzmann, \mathbf{e}_w ed \mathbf{e}_g sono rispettivamente l'emissività della parete e del gas alla temperatura di fiamma T_c e T_w è la temperatura di parete. Al fine di inglobare l'effetto dovuto al flusso radiativo in un'espressione di più semplice utilizzo, bisogna tener presente che i meccanismi di scambio termico convettivo e radiativo nel caso in questione non sono indipendenti. Infatti, la radiazione tende ad accrescere la velocità di regressione (o equivalentemente B) e questo comporta, d'altra parte, una riduzione dello scambio termico alla parete per convezione⁶ in base alla (1.42).

Questa interazione può essere considerata ponendo le seguenti relazioni valide nel caso in cui sia presente scambio termico radiativo alla parete; il pedice *rad* si riferisce per l'appunto a quest'ultima condizione:

$$\begin{aligned} (\mathbf{r}_f \dot{r})_{rad} &= 0.03 \left(\frac{\mathbf{r}_{ref}}{\mathbf{r}_e} \right)^{0.6} \mathbf{r}_e u_e Re_x^{-0.2} \left(\frac{C_f}{C_{f0}} \right)_{rad} B + \frac{\dot{q}_{rad}}{h_v} = \mathbf{r}_e u_e \frac{C_{f,rad}}{2} B_{rad} \\ \left(\frac{C_f}{C_{f0}} \right)_{rad} &= 1.2 B_{rad}^{-0.77} \end{aligned} \quad (1.52)$$

in cui, in particolare, B_{rad} rappresenta il fattore di blowing in presenza del flusso radiativo alla parete $\dot{q}_{rad} = \mathbf{s} \mathbf{e}_w (\mathbf{e}_g T_c^4 - T_w^4)$. Dividendo membro a membro la (1.42) e la seconda delle (1.52) si deduce innanzitutto:

$$\frac{C_f}{C_{f_{rad}}} = \left(\frac{C_f}{C_{f0}} \right) \left(\frac{C_{f0}}{C_f} \right)_{rad} = \left(\frac{B}{B_{rad}} \right)^{-0.77} + \frac{\dot{q}_{rad}}{\dot{q}_c} \quad (1.53)$$

da cui, ancora dividendo la prima delle (1.52) per l'analoga espressione della velocità di regressione in assenza di flusso radiativo, si ottiene:

$$\frac{B_{rad}}{B} = 1 + \frac{\dot{q}_{rad}}{\dot{q}_c} \left(\frac{B_{rad}}{B} \right)^{-0.77} \quad (1.54)$$

nella quale, ovviamente, il flusso termico convettivo è dato dalla relazione

$$\dot{q}_c = 0.036 \left(\frac{\mathbf{r}_{ref}}{\mathbf{r}_e} \right)^{0.6} G \left(\frac{Gx}{\mathbf{m}} \right)^{-0.2} h_v B^{0.23}.$$

La (1.54) rappresenta un'equazione nell'incognita B_{rad}/B la cui soluzione può essere approssimata in un vasto campo di valori del rapporto \dot{q}_{rad}/\dot{q}_c dalla relazione:

$$\frac{B_{rad}}{B} = \exp \left(1.3 \frac{\dot{q}_{rad}}{\dot{q}_c} \right) \quad (1.55)$$

dalla quale, infine, tenendo conto delle (1.52) e (1.53), si ricava:

$$(\mathbf{r}_f \dot{r})_{rad} = \left[\dot{q}_c \exp \left(-\frac{\dot{q}_{rad}}{\dot{q}_c} \right) + \dot{q}_{rad} \right] / h_v \quad (1.56)$$

Questa relazione, che ovviamente si riduce alla (1.49) se il termine radiativo è nullo, mostra che, per piccoli valori del rapporto \dot{q}_{rad}/\dot{q}_c , la diminuzione del flusso termico convettivo (primo termine in parentesi) è praticamente uguale all'incremento del flusso termico radiativo.

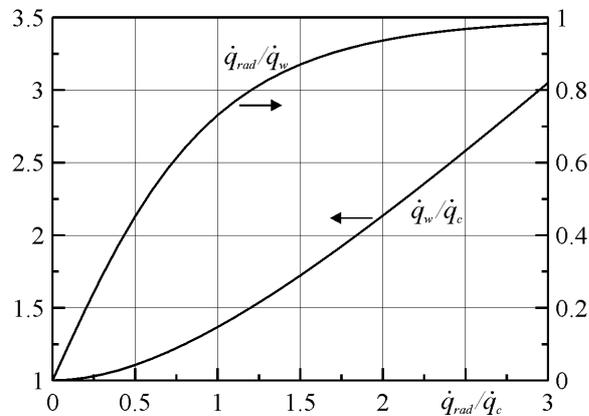


Fig.1.7– Flusso termico radiativo, convettivo e di parete

Al crescere del termine $\dot{q}_{rad} / \dot{q}_c$, la velocità di regressione (ovvero il flusso termico totale) aumenta lentamente finché per $\dot{q}_{rad} \rightarrow \infty$ essa diventa proporzionale al flusso radiativo stesso. Ad esempio, come si può dedurre dalla Fig.1.7, per $\dot{q}_{rad} = \dot{q}_c$ il flusso termico totale è maggiore del flusso convettivo del 37% cioè, in altri termini, del flusso che si avrebbe se non ci fosse radiazione, ma approssimativamente il 73% del flusso totale è dovuto alla radiazione.

I.2.4 Applicazione della teoria al caso di un grano di combustibile cilindrico

In questo paragrafo viene discussa l'applicazione del modello di Marxman et al. al caso semplice di un grano cilindrico così come proposta dagli stessi autori⁶ e le modifiche che si è ritenuto necessario apportare in questa sede.

Per l'equazione di continuità in regime stazionario, ritenendo il flusso unidimensionale e trascurando la variazione assiale del diametro interno del grano, sussiste la seguente relazione:

$$G(x) = G_{ox}(0) + \frac{\rho D}{\rho D^2 / 4} \int_0^x \mathbf{r}_f \dot{r} dx \quad (1.57)$$

in cui $G_{ox}(0)$ è il flusso di massa dell'ossidante all'ingresso del grano ($x = 0$) che, avendo assunto il diametro costante, risulta indipendente da x e può, perciò, semplicemente indicarsi con G_{ox} . La (1.56) può porsi in termini adimensionali ricorrendo alla (1.48) ed indicando $K = 0.036(G_{ox}L/\mathbf{m})^{-0.2}B^{0.23}$ e $z = x/L$:

$$G(x) = G_{ox} \left[1 + 4 \frac{L}{D} K \int_0^z \left(\frac{G}{G_{ox}} \right)^{0.8} z^{-0.2} dz \right] \quad (1.58)$$

A questo punto, per integrare la (1.58), gli autori ricorrono a delle ipotesi che, come si vedrà tra breve, sembrano inutili e conducono ad un risultato che è pressappoco uguale a quello che si discuterà in seguito. Essi assumono che il combustibile si consumi uniformemente lungo il grano (ovvero che la velocità di regressione in prima approssimazione sia indipendente da x) cosicché dalla (1.57) è possibile dedurre:

$$\frac{G}{G_{ox}} = 1 + \frac{4}{G_{ox}} \frac{L}{D} \mathbf{r}_f \dot{r} z \quad (1.59)$$

o equivalentemente, indicando con $(O/F)_L \approx \frac{K_{ox} G_{ox} \rho D^2 / 4}{\mathbf{r}_f \dot{r} \rho D L}$ il rapporto di miscelamento nella

sezione di uscita del grano e con K_{ox} la frazione di massa dell'ossidante all'iniettore:

$$\frac{G}{G_{ox}} = 1 + \frac{K_{ox}}{(O/F)_L} z \quad (1.60)$$

dalla quale, essendo generalmente $(O/F)_L \gg 1$, è possibile porre:

$$\left(\frac{G}{G_{ox}} \right)^{0.8} = 1 + 0.8 \frac{K_{ox}}{(O/F)_L} z \quad (1.61)$$

che, sostituita nella (1.58), infine, restituisce la seguente espressione per la velocità di regressione in funzione della posizione sull'asse del grano di combustibile:

$$r_f \dot{r} = G_{ox} K \left[1 + 4K \frac{L}{D} z^{0.8} + 5.67 \left(K \frac{L}{D} \right)^2 z^{1.8} \right] z^{-0.2} \quad (1.62)$$

La critica che sembra ovvio esprimere su questo modo di procedere sta nell'assumere una velocità di regressione costante nello spazio e poi ricavare l'espressione con cui questa varia nello spazio stesso. Inoltre, benché si pervenga ad un risultato simile, si mostrerà che tale ipotesi è inutile oltre ad essere inconsistente.

Per la conservazione della massa in regime stazionario, se si assume un consumo assialsimmetrico, sussiste la seguente relazione differenziale, analoga alla (1.57), che, nell'ipotesi di moto unidimensionale, può esprimersi in funzione del flusso di massa locale G :

$$dm = r_f \dot{r} p D dx \Leftrightarrow dG = 4 r_f \dot{r} \frac{dx}{D} \quad (1.63)$$

Ricorrendo ancora una volta alle variabili adimensionalizzate si può porre la seguente equazione differenziale che, nell'ulteriore ipotesi di costanza del diametro lungo l'asse, ammette soluzione analitica:

$$\frac{d(G/G_{ox})}{(G/G_{ox})^{0.8}} = 4 \frac{L}{D} K z^{-0.2} dz \quad \text{con } (G/G_{ox})=1 \text{ per } z=0 \quad (1.64)$$

$$(G/G_{ox})^{0.2} = 1 + \frac{L}{D} K z^{0.8} \quad (1.65)$$

Da quest'ultima relazione, che esprime il flusso di massa in funzione della posizione assiale, si ricava immediatamente la legge di variazione della velocità di regressione, avendo assunto solo che il diametro sia costante lungo x e che il flusso termico radiativo sia nullo:

$$r_f \dot{r} = G_{ox} K \left(1 + K \frac{L}{D} z^{0.8} \right)^4 z^{-0.2} \quad (1.66)$$

Poiché il prodotto KL/D per i valori usuali di G_{ox} , L/D e B risulta dell'ordine di $5 \cdot 10^{-2}$ la (1.66) si può espandere in serie arrestandosi ai termini del secondo ordine:

$$\mathbf{r}_f \dot{r} = G_{ox} K \left[1 + 4K \frac{L}{D} z^{0.8} + 6 \left(K \frac{L}{D} \right)^2 z^{1.6} \right] z^{-0.2} \quad (1.67)$$

la quale, a meno del fattore 6 (rispetto a 5.67) e dell'esponente 1.6 (rispetto a 1.8) dell'ultimo termine, coincide con la (1.62) e si ritiene, per le ipotesi alla base, sia più accurata. Dalla (1.67), per integrazione rispetto a z , è possibile calcolare la velocità di regressione media lungo il grano, che risulta funzione del diametro e del flusso di ossidante istantanei. Il valore medio anche nel tempo si può valutare utilizzando i valori medi del diametro e del flusso di ossidante nel tempo e considerando che, se la portata di ossidante è costante (ipotesi necessaria per la stazionarietà), in prima approssimazione può porsi $\bar{G}_{ox} \bar{D}^2 = G_{ox}^0 D_0^2$, in cui le grandezze sopra-segnate sono quelle medie nel tempo e G_{ox}^0 , D_0 sono rispettivamente il flusso di ossidante ed il diametro del grano all'istante iniziale. Integrando, dunque, la (1.66), riferendosi al diametro medio nel tempo si ottiene:

$$\mathbf{r}_f \bar{r} = G_{ox}^0 K_0 \left(\frac{D_0}{\bar{D}} \right)^{1.6} \left[1.25 + 2.5 \left(\frac{D_0}{\bar{D}} \right)^{0.6} \left(K_0 \frac{L}{D_0} \right) + 2.5 \left(\frac{D_0}{\bar{D}} \right)^{1.2} \left(K_0 \frac{L}{D_0} \right)^2 \right] \quad (1.68)$$

nella quale \bar{r} è la velocità di regressione media nel tempo e nello spazio e $K_0 = 0.036(G_{ox}^0 L/m)^{-0.2} B^{0.23}$.

Nella precedente espressione compare il diametro medio che è funzione della velocità di regressione stessa poiché, indicando con D_2 il diametro finale del grano (che si ritiene costante come fatto nell'intera trattazione) e con Δt il tempo di regressione, per definizione risulta:

$$\bar{D} = \frac{D_0 + D_2}{2} = \frac{D_0 + (D_0 + 2\bar{r}\Delta t)}{2} = D_0 \left(1 + \frac{\bar{r}\Delta t}{D_0} \right) \quad (1.69)$$

Nel caso generico in cui $\bar{r}\Delta t/D_0 \approx 1$, ovvero per tempi di prova lunghi, dunque non è certamente lecita l'approssimazione $\bar{D} \cong D_0$ e la (1.68) deve essere riguardata come un'equazione nell'incognita \bar{r} che, quindi, date le condizioni iniziali di flusso e diametro, dipende anche dal tempo di prova. In Fig.1.8 sono riportati i diagrammi della velocità di regressione media in funzione del flusso di ossidante G_{ox}^0 e del flusso di massa totale medio,

ottenuti risolvendo numericamente la (1.68) per tre valori del tempo di prova; il flusso di massa medio è stato calcolato come somma del flusso di ossidante e del flusso di combustibile medi:

$$\bar{G} = G_{ox}^0 \left(\frac{D_0}{D} \right)^2 + 4r_f \bar{r} \frac{L}{D} \quad (1.70)$$

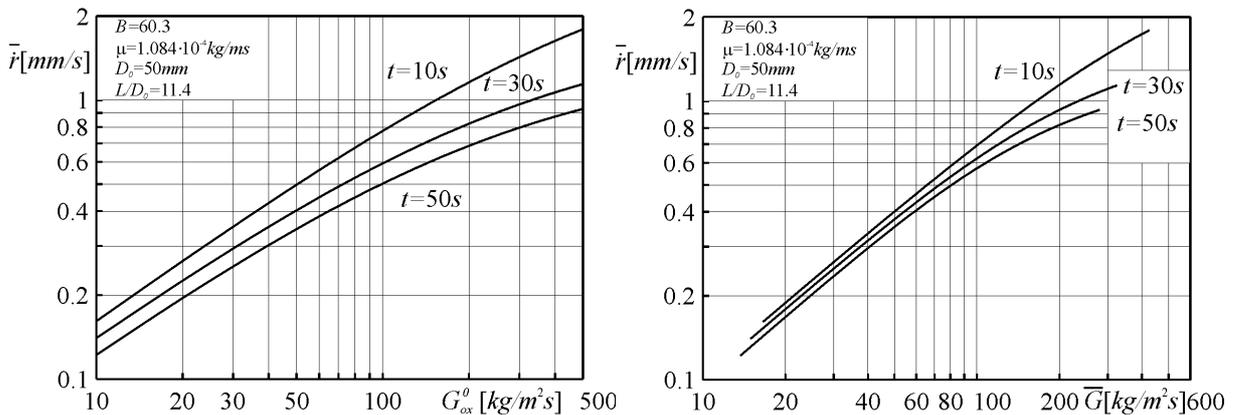


Fig.1.8– Andamento della velocità di regressione media in funzione del flusso di ossidante iniziale e del flusso di massa totale medio

Il risultato evidente è che la velocità media di regressione, a parità di flusso di ossidante iniziale, diminuisce con il tempo di prova poiché aumenta il diametro medio, ossia diminuisce il flusso medio; altro fatto interessante è che, benché la dipendenza istantanea e puntuale della velocità di regressione dal flusso di massa sia fissata teoricamente dalla (1.49), per elevati flussi di massa la dipendenza della velocità di regressione media dal flusso di massa stesso diminuisce, come dimostrato dalla riduzione della pendenza delle curve dovuta al fatto che il primo termine della (1.68) decresce in seguito all'aumento del diametro medio. Infine, tale diminuzione comincia tanto prima quanto più elevato è il tempo di prova dato che tanto più rilevante è la crescita del diametro medio.

I.2.4.1 Verifiche sperimentali

Marxman, Wooldridge e Muzzy⁶, a verifica del modello sviluppato, hanno condotto una serie di prove sperimentali sia su una configurazione bidimensionale (galleria del vento opportunamente modificata per consentire il montaggio delle piastre di combustibile sulle pareti superiore ed inferiore) che su una assialsimmetrica. Solo i risultati di quest'ultima verranno discussi perché più interessanti sia dal punto di vista tecnico sia a confronto con quelli conseguiti in tale lavoro.

I propellenti utilizzati erano ossigeno gassoso e plexiglas; le prove venivano condotte a pressione ambiente mantenendo costante la portata di ossigeno. L'apparato sperimentale, mostrato in Fig.1.9, è concepito in modo molto semplice: non esiste una camera di combustione (non necessaria per le basse pressioni), il grano di combustibile è montato sulla flangia di iniezione attraverso quattro sostegni e la tenuta è garantita da un O-ring.

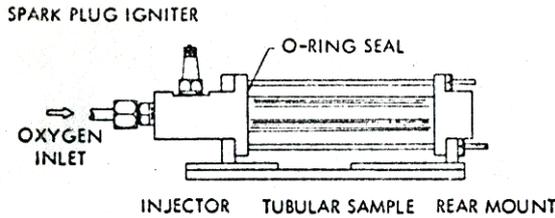


Fig.1.9- Schema dell'apparato sperimentale utilizzato da Marxman et al.

L'ossigeno è fornito attraverso una batteria di bombole e l'accensione è assicurata da un accenditore a propano, mentre lo spegnimento avviene con iniezione di azoto. La velocità di regressione media era calcolata misurando la massa del combustibile consumato ed il tempo di regressione.

Nelle figure seguenti sono mostrati singolarmente gli effetti sulla velocità di regressione del tempo di prova, del rapporto L/D_0 e del diametro iniziale D_0 al variare del flusso iniziale di ossidante. Innanzitutto v'è da notare il buon accordo tra dati sperimentali e teoria, come affermato dagli stessi autori, i quali sostengono che la dispersione dei dati è dovuta essenzialmente all'errore sperimentale commesso nella misura del tempo di regressione che influenza i valori della velocità di regressione stessa.

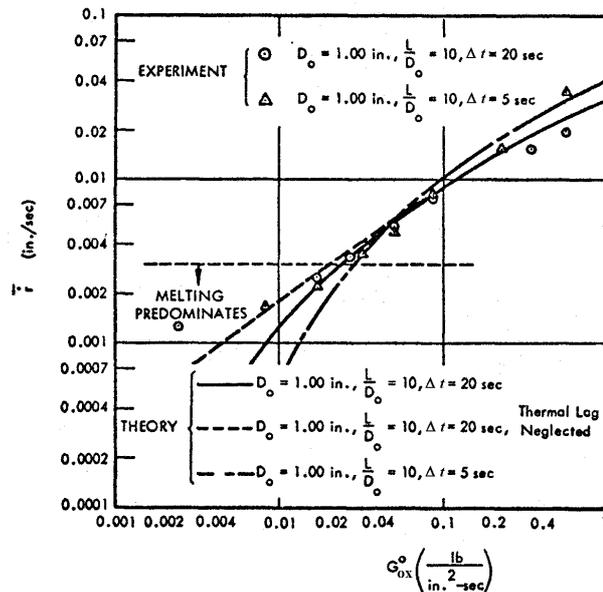


Fig.1.10- Velocità di regressione del plexiglas in funzione del flusso di ossidante e del tempo di prova

Per quanto riguarda il tempo di prova (Fig.1.10), è sperimentalmente verificato che, come detto precedentemente, al crescere del tempo a parità di flusso la velocità di regressione media decresce. Inoltre, per piccoli flussi di massa, lo scostamento tra teoria ed esperimenti è attribuito al fenomeno del cosiddetto “thermal lag” per il quale la velocità di regressione risulta più bassa per effetto del tempo necessario a che si stabilisca il profilo termico stazionario nel grano. Questo fenomeno sembra più rilevante per brevi tempi di regressione.

L’effetto del rapporto tra la lunghezza ed il diametro iniziale del grano (Fig.1.11 a sinistra), invece, è poco evidente ed è fondamentalmente ascrivibile alla dipendenza della velocità di regressione dal numero di Reynolds basato sull’ascissa x .

Infine, diminuendo il diametro D_0 lasciando inalterato il rapporto L/D_0 , la teoria prevede che la velocità di regressione media decresca poiché la variazione percentuale dell’area della porta risulta maggiore; gli autori asseriscono che questo comportamento, non così evidente, è, invece, confermato dai dati sperimentali (Fig.1.11 a destra).

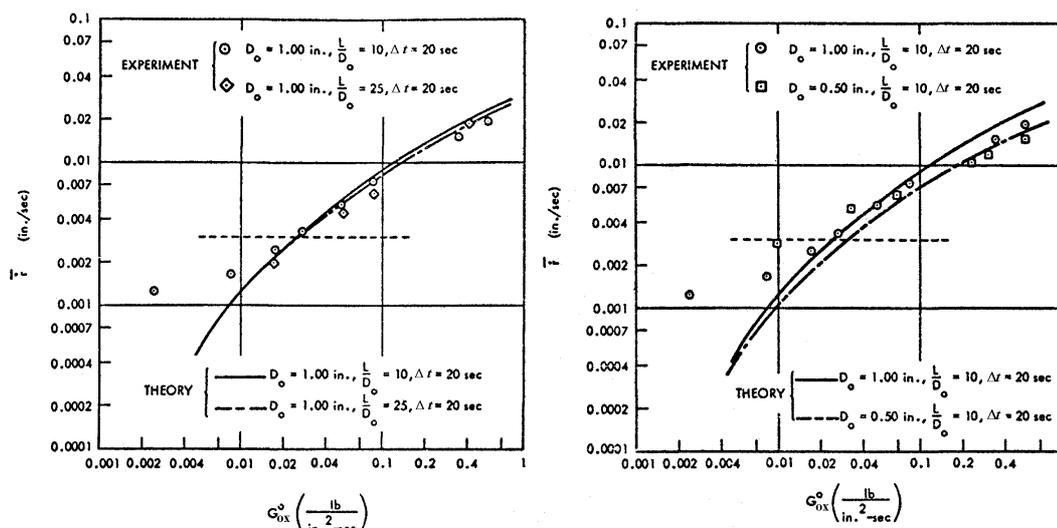


Fig.1.11– Velocità di regressione del plexiglas in funzione del rapporto L/D_0 (a sinistra), e del diametro iniziale (a destra)

Prove più recenti hanno, invece, evidenziato correlazioni tra la velocità di regressione ed il flusso di ossidante medi con esponenti del flusso più bassi di quello teorico, variabili tra 0.5 e 0.65. In particolare, Chiaverini et al.²⁹, con un motore a configurazione bidimensionale, usando ossigeno e HTPB come propellenti, hanno estrapolato un esponente pari a 0.61 per valori del flusso compresi tra 82.2 e 273.5 kg/m^2s e pressioni comprese tra 18.7 e 40.2 atm. D’altra parte Strand et al.³⁰, con una configurazione simile, nell’intervallo di valori del flusso di massa totale $2 \div 84 kg/m^2s$ constatano che i dati sperimentali medi sono correlati, con una certa dispersione, assumendo l’esponente teorico del flusso di massa totale 0.8. Infine, George

et al.³¹, effettuando prove sperimentali su un motore assialsimmetrico con gli stessi propellenti trovano un esponente del flusso di ossidante pari a 0.53 per pressioni in camera di 2.0 MPa.

I.3 La dipendenza della velocità di regressione dalla pressione

In seguito si discuteranno i primi risultati sperimentali che misero in evidenza l'influenza della pressione in camera di combustione sulla velocità di regressione e si focalizzerà l'attenzione solo su due delle teorie che hanno tentato di spiegare questo fenomeno: la prima, sviluppata da Smoot e Price, e quella successiva di Marxman e Wooldridge che modificarono opportunamente il modello, già discusso, da essi stessi elaborato. Gli autori, come si vedrà approfonditamente, danno motivazioni diverse per interpretare tale dipendenza, in particolare Smoot e Price attribuirono la variazione della velocità di regressione con la pressione alle reazioni eterogenee alla parete tra ossidante gassoso e combustibile solido, mentre gli altri assunsero, quale causa di tale variazione, la dipendenza della velocità delle reazioni in fase gassosa dalla pressione stessa.

Benché siano stati sviluppati modelli più complessi che mettono in conto entrambe le possibili cause (reazioni eterogenee ed omogenee)^{32,33}, questi non hanno avuto successo e compaiono nella letteratura di settore solo come appendici o commenti alle teorie citate, anche perché l'accuratezza dei dati sperimentali dell'epoca non permetteva di accertarne la bontà rispetto agli altri. Perciò si è deciso di tralasciarne la trattazione dando spazio ai due modelli che interpretano i due aspetti distintamente.

I.3.1 I risultati sperimentali ed il modello di Smoot e Price

Nel 1965 Smoot e Price³⁴ condussero un'ampia campagna sperimentale su una configurazione bidimensionale piana utilizzando diversi combustibili polimerici (poliuretano, PBAA[§] e poliisobutiene-poliisoprene) ed ossidanti gassosi a base di fluoro ed ossigeno miscelati in varie proporzioni. I valori del flusso di ossidante e della pressione in camera esplorati variavano rispettivamente tra $0.014 \div 0.17 \text{ lb/in}^2\text{s}$ ($9.8 \div 119.5 \text{ kg/m}^2\text{s}$) e $20 \div 160 \text{ psia}$ ($1.36 \div 10.9 \text{ atm}$). Le piastre di combustibile erano larghe 1 in, spesse circa $\frac{1}{2}$ in e lunghe 6 in. Gli ossidanti erano inviati in una camera di pre-miscelamento attraverso

[§] Acronimo di Polybutadiene-Acrylic Acid Copolymer

due ugelli strozzati per mantenerne costante la portata; la pressione in camera era regolata dall'efflusso attraverso un ugello in grafite (Fig.1.12).

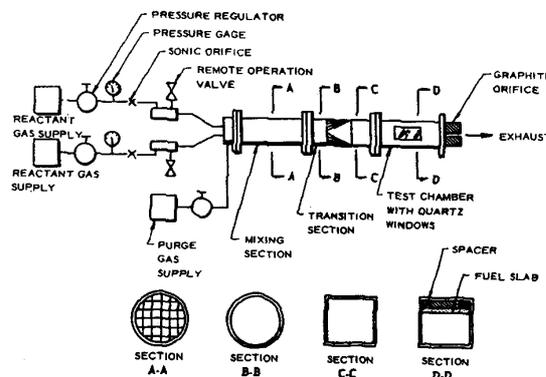


Fig.1.12– Schema dell'apparato sperimentale utilizzato da Smoot e Price

Le prove duravano dai 3 ai 10 s e la velocità di regressione era calcolata in base al tempo di prova e alla misura dello spessore delle piastre in cinque locazioni diverse prima e dopo ciascun test; i risultati sono stati presentati in termini di velocità di regressione media nel tempo e nello spazio.

Le prove sperimentali rivelarono, innanzitutto, che l'abbassamento della percentuale di fluoro nella miscela ossidante corrispondeva ad una diminuzione quasi esponenziale della velocità di regressione a parità di pressione totale e di flusso di massa. Inoltre, indipendentemente dalla composizione dell'ossidante, per bassi flussi di massa (minori di $0.07 \text{ lb/in}^2\text{s}$) la velocità di regressione seguiva l'andamento teorico del tipo potenza con esponente 0.8; invece, per flussi di massa elevati, la dipendenza dal flusso di massa stesso diminuiva così come mostrato in Fig.1.13.

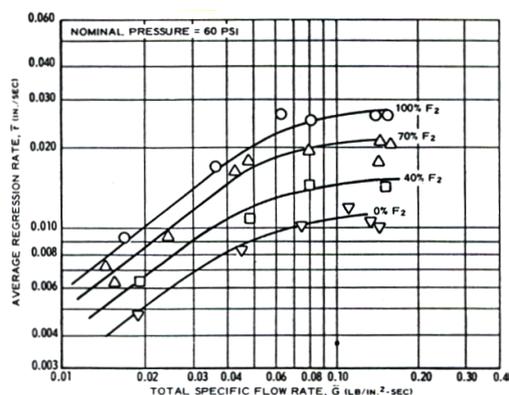


Fig.1.13– Velocità di regressione in funzione del flusso di massa e della composizione dell'ossidante

Al variare della pressione totale in camera, le prove indicarono un forte accoppiamento tra flusso di massa e pressione nella determinazione della dipendenza della velocità di

regressione. In Fig.1.14 sono, ad esempio, riportati i risultati per i due casi poliisobutiene-poliisoprene – 100 % F₂ e poliisobutiene-poliisoprene – 100 % O₂.

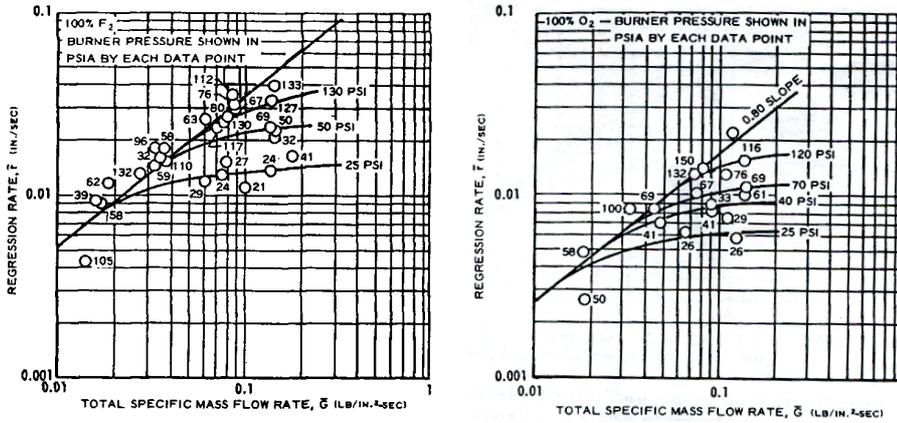


Fig.1.14– Effetto del flusso di massa e della pressione sulla velocità di regressione

È possibile dedurre che, per bassi valori del flusso di massa indipendentemente dalla pressione, la velocità di regressione varia col flusso di massa all'incirca secondo la potenza di esponente 0.8; per flussi di massa elevati la velocità di regressione, come già osservato, diventa indipendente dal flusso di massa tanto più quanto minore è la pressione. A parità di flusso di massa, invece, all'aumentare della pressione la velocità di regressione cresce tendendo al valore della curva di pendenza (su scala bi-logaritmica) 0.8, per quanto tale crescita in alcuni casi non sia monotona (probabilmente a causa dell'errore sperimentale).

Questo comportamento, verificato per tutti i tre combustibili sperimentati, è stato rappresentato nel diagramma qualitativo riportato in Fig.1.15.

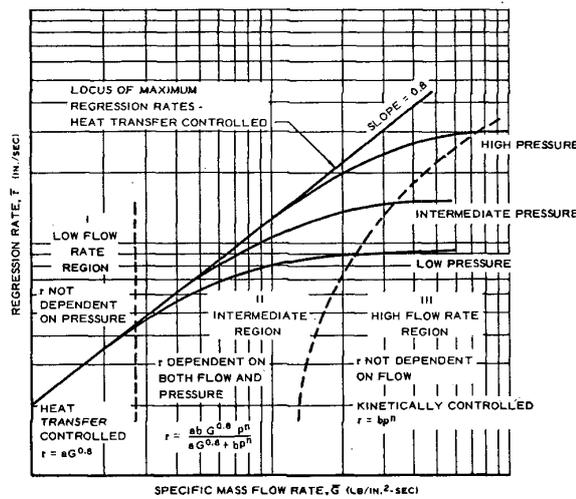


Fig.1.15– Schema della dipendenza della velocità di regressione dalla pressione e dal flusso di massa

In tale diagramma gli autori individuano tre regioni: la prima, relativa a bassi flussi di massa, in cui la velocità di regressione è governata dal flusso termico alla parete, non dipende dalla pressione ed è ben approssimata dalla (1.49); la seconda, corrispondente a valori intermedi del flusso di massa, in cui la velocità di regressione dipende sia dal flusso di massa che dalla pressione; infine, la terza, per elevati flussi di massa, nella quale scompare la dipendenza dal flusso di massa e diventa preponderante l'influenza della pressione. Per spiegare tale comportamento gli autori hanno preso in considerazione una serie di cause che si esamineranno brevemente.

Il flusso termico radiativo cresce all'aumentare della pressione, infatti, trascurando la temperatura di parete rispetto a quella di fiamma, può porsi:

$$\dot{q}_{rad} \cong \mathbf{se}_w T_r^4 [1 - \exp(-\mathbf{ar}^*)] \quad (1.71)$$

in cui T_r rappresenta la temperatura media di fiamma, ed il termine in parentesi l'emissività effettiva del gas funzione del coefficiente di assorbimento \mathbf{a} e della densità ottica \mathbf{r}^* , che, nel caso di combustibili non additivati con particelle metalliche, dipende direttamente dalla pressione. Per elevati flussi di massa, essendo lo scambio termico radiativo trascurabile rispetto a quello convettivo, la dipendenza dalla pressione dovrebbe essere debole. Viceversa, per flussi di massa piccoli, lo scambio termico convettivo dovrebbe diventare trascurabile comportando l'indipendenza della velocità di regressione dal flusso di massa e una variazione notevole con la pressione. Da quanto appena affermato, l'influenza dello scambio termico radiativo ha un effetto opposto a quello riscontrato sulla dipendenza della velocità di regressione dalla pressione, dunque deve eliminarsi come possibile causa.

Gli esperimenti mostrano che i tre combustibili analizzati, pur avendo composizione e struttura chimica diverse, hanno una velocità di regressione simile che varia pressappoco identicamente con la pressione, per cui non è possibile imputare la dipendenza dalla pressione alla pirolisi il che implicherebbe velocità di regressione diverse in funzione delle caratteristiche dei materiali.

Infine, neanche la variazione del calore di vaporizzazione, dell'entalpia e della composizione del gas alla parete con la pressione è stato verificato, mediante l'applicazione della (1.49), può spiegare la riscontrata dipendenza della velocità di regressione.

In uno studio di poco successivo, Smoot e Price³⁵, analizzando più in dettaglio l'influenza della pressione parziale del fluoro sulla velocità di regressione variando la composizione dell'ossidante ed il flusso di ossidante stesso (Fig.1.16), diedero, come spiegazione plausibile al comportamento riscontrato, l'attacco dell'ossidante alla superficie del combustibile.

Cosicché il fattore di controllo della velocità di regressione fu ritenuto da identificare con la diffusione dell'ossidante verso la superficie e la reazione in fase eterogenea con il combustibile.

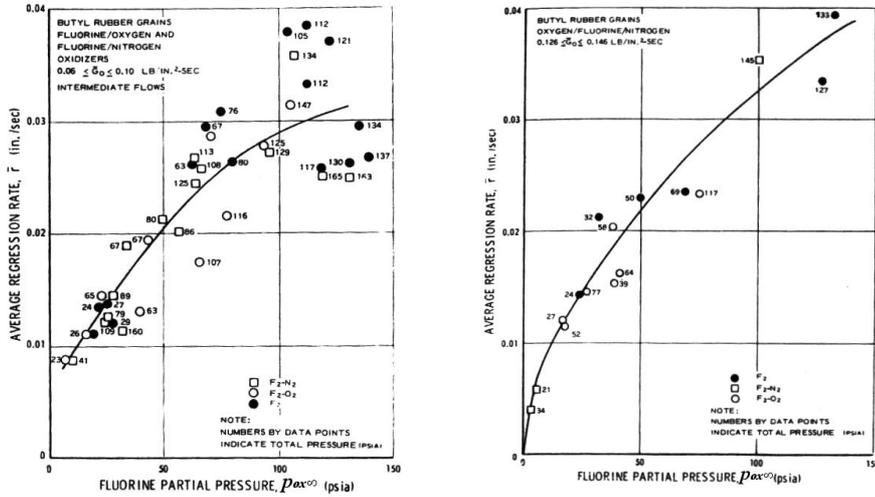


Fig.1.16– Influenza della pressione parziale dell'ossidante sulla velocità di regressione

In regime stazionario la velocità della reazione (che si suppone del primo ordine), ossia la velocità con cui regredisce il combustibile, e la velocità di diffusione dell'ossidante sono uguali, per cui risulta:

$$r_f \dot{r} = \frac{D_{ox}}{RT} (p_{ox\infty} - p_{oxw}) = k_c p_{ow} \tag{1.72}$$

in cui R è la costante del gas, D_{ox} il coefficiente locale di diffusione di massa, $p_{ox\infty}$ la pressione parziale dell'ossidante nella corrente libera, p_{oxw} quella alla parete e k_c la costante cinetica. Considerando l'analogia di Colburn opportunamente modificata per tenere in conto l'effetto dell'iniezione di massa, gli autori formularono la seguente equazione, in cui Sc è il numero di Schmidt e I è la frazione di massa dei prodotti gassosi alla parete:

$$\frac{p_{ox\infty}}{r_f \dot{r}} = \left\{ 33 p \left(\frac{x}{m} \right)^{0.2} Sc^{2/3} \frac{[\exp(BI) - 1]}{G^{0.8} BI} \right\} + \frac{1}{k_c} \tag{1.73}$$

la quale stabilisce una relazione di tipo lineare tra i due fattori $p_{ox\infty}/r_f \dot{r}$ e $p[\exp(BI) - 1]/BIG^{0.8}$. I dati sperimentali relativi a quattro combustibili diversi, a tre tipi di ossidanti, a diversi valori della pressione e del flusso di ossidante sono stati utilizzati per tracciare il diagramma di Fig.1.17 in cui sull'asse delle ordinate è riportato il primo termine

della (1.73) e sull'asse delle ascisse il fattore $p[\exp(BI) - 1]/BIG^{0.8}$. I dati sono stati interpolati con una retta la cui intercetta, in base alla (1.73), rappresenta il termine $1/k_c$.

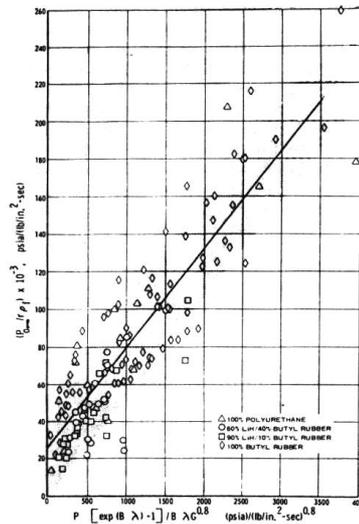


Fig.1.17– Correlazione dei dati sperimentali mediante la (1.73)

In conclusione, come gli stessi autori affermano, nonostante i dati appaiano ragionevolmente interpolati dalla relazione data, ciò non può confermare rigorosamente l'esattezza del modello adottato poiché altri metodi potrebbero altrettanto bene interpolare gli stessi dati. Una formulazione di più semplice utilizzo, analoga alla (1.73), che mette in relazione la velocità di regressione con la pressione ed il flusso di massa può porsi nella forma che segue, in cui a e b sono delle costanti:

$$\dot{r} = ab \frac{pG^{0.8}}{ap + bG^{0.8}} \tag{1.74}$$

1.3.2 I risultati sperimentali ed il modello di Wooldridge e Marxman

In un documento interno della NASA del 1969, tutt'oggi non pubblicato, Marxman e Wooldridge³⁶ analizzarono la dipendenza della velocità di regressione dalla pressione, sviluppando un modello teorico che assumeva, in determinate condizioni, come fattore di controllo della regressione la velocità di reazione della fase gassosa.

Ad elevati valori della pressione, all'interno dello strato limite, in una posizione tale che il rapporto di miscelamento locale permetta la combustione, si stabilisce una sottile fiamma a diffusione turbolenta. In tale circostanza la velocità di reazione della fase gassosa è elevata rispetto alla velocità caratteristica di trasporto turbolento che, dunque, costituisce il fattore che

regola la velocità di regressione. In quest'ultima situazione, gli autori ritengono di poter escludere che la dipendenza dalla pressione possa essere attribuita alle reazioni eterogenee. Infatti, le specie ossidanti presenti nella regione al di sotto della fiamma devono essere scarse (velocità di reazioni elevate implicano un elevato consumo dell'ossidante), quindi le eventuali reazioni alla parete sono controllate dalla diffusione dell'ossidante; in questo caso, poiché, per l'analogia di Reynolds, l'equazione del trasporto di massa, di quantità di moto e dell'energia assumono la stessa forma, nessuna modifica deve essere apportata al modello base di combustione ibrida per descrivere tale fenomeno. Essi concludono, di conseguenza, che eventuali reazioni eterogenee non possono spiegare la dipendenza dalla pressione.

Al diminuire della pressione, la velocità di reazione decresce ed il processo di combustione tende a quello di una fiamma turbolenta pre-miscelata, nel qual caso il tempo caratteristico di reazione diventa maggiore di quello caratteristico del trasporto turbolento divenendo il fattore limitante della velocità di regressione. La dipendenza dalla pressione può, allora, essere dovuta al fatto che, in tale condizione, la fiamma non riesce a consumare tutto il combustibile vaporizzato, cosicché il rapporto di miscelamento locale tende a modificarsi fortemente provocando una riduzione del calore sviluppato ed, infine, un abbassamento della velocità di regressione.

Per descrivere tale fenomeno gli autori cercarono una relazione tra la velocità di regressione ed il rapporto $q = t_c / t_t$ tra i due tempi caratteristici del problema: t_c tempo di reazione caratteristico di una zona, dalle dimensioni della scala di turbolenza, in cui i reagenti sono premiscelati e t_t tempo caratteristico di diffusione turbolenta.

Assumendo che lo spostamento quadratico medio $\sqrt{X^2}$ della particella per effetto della fluttuazione turbolenta u' sia descritto dalla seguente equazione:

$$\frac{d}{dt} \overline{X^2} = 2u'^2 \int_0^{t_c} \exp(-t/t_t) dt \quad (1.75)$$

è possibile calcolarne l'espressione in funzione di q :

$$\sqrt{\overline{X^2}} = u' t_c \sqrt{\frac{2}{q} \left[1 - \frac{1}{q} (1 - e^{-q}) \right]} \quad (1.76)$$

da cui si deduce la velocità media della fiamma V_c nella fase gassosa:

$$V_c = \frac{\sqrt{\overline{X^2}}}{t_c} = u' \sqrt{\frac{2}{q} \left[1 - \frac{1}{q} (1 - e^{-q}) \right]} \quad (1.77)$$

Da tale relazione si deduce che la velocità di fiamma, nel limite $q \gg 0$ ($t_f \gg t_c$), tende alla velocità caratteristica turbolenta u' nella zona di fiamma, la quale deve essere proporzionale alla velocità di regressione \dot{r}_0 nel caso in cui è proprio lo scambio termico turbolento il fattore di controllo. Nel caso generale, comunque, la V_c è proporzionale alla velocità di regressione per cui è possibile porre:

$$\frac{\dot{r}}{\dot{r}_0} = \sqrt{\frac{2}{q} \left[1 - \frac{1}{q} (1 - e^{-q}) \right]} \quad (1.78)$$

Per esplicitare la dipendenza della velocità di regressione dalla pressione è necessario trovare una relazione tra q ed i parametri termofluidodinamici. Ricorrendo alle lunghezze l_c ed l_t che rappresentano, rispettivamente, la distanza percorsa dal fronte di fiamma nel gas non combusto alla velocità U_f , e la scala caratteristica di turbolenza, gli autori hanno calcolato q in termini del rapporto tra le due velocità caratteristiche:

$$q = \frac{l_c}{U_f} \frac{u'}{l_t} = c \frac{l_c}{l_t} \frac{GRe_x^{-0.2} B^{0.23}}{p^{n/2} T^{1+n/2} \exp(-E_a / 2R_0T)} \quad (1.79)$$

dove c rappresenta una costante legata alla modellizzazione della U_f , n l'ordine di reazione che viene assunto pari a 2, e per la u' si è utilizzata l'espressione asintotica di V_c . Gli autori sostengono che il rapporto l_c / l_t debba ritenersi dipendente dal flusso di massa per via della l_c che varia con la quantità del combustibile e dell'ossidante disponibile in prossimità della fiamma. Tuttavia, in prima approssimazione, considerando che tale rapporto sia costante, la (1.79) può porsi nella forma che segue, dove c_1 è una costante da determinare sperimentalmente il cui valore dipende essenzialmente dalla particolare combinazione dei propellenti:

$$q = c_1 \frac{G^{0.8} x^{-0.2}}{p} \quad (1.80)$$

In base alla (1.80) è possibile ricavare una semplice relazione che descrive esplicitamente la dipendenza della velocità di regressione dalla pressione nel caso in cui il fattore di controllo sia la cinetica chimica. In tale condizione risulta $q \gg 1$ e la (1.78) si semplifica, essendo il secondo termine sotto la radice circa uguale a 1, cosicché per la (1.80), indicando con c_2 una costante, si ha:

$$\frac{\dot{r}}{\dot{r}_0} = \sqrt{\frac{2}{q}} = c_2 \frac{p^{0.5} x^{0.1}}{G^{0.4}} \tag{1.81}$$

dalla quale si deduce la seguente espressione della velocità di regressione valida in assenza di scambio termico radiativo³⁷:

$$\dot{r} = c_3 p^{0.5} G^{0.4} x^{-0.1} \tag{1.82}$$

Tale relazione, dunque, dimostra che, nel regime in cui domina la cinetica chimica, la velocità di regressione dipende dal flusso di massa più debolmente di quanto previsto dalla (1.49) ed, in più, dipende dalla pressione. Nella regione di transizione tra il regime in cui domina lo scambio termico convettivo e quello in cui domina, invece, la cinetica chimica è verosimile che la velocità di regressione dipenda dal flusso di massa secondo una potenza di esponente compreso tra i due valori limiti 0.8 e 0.4, ed, inoltre, dipenda più debolmente dalla pressione. Tenendo, infine, conto dell'effetto causato dallo scambio termico radiativo per bassi valori del flusso di massa, è possibile schematizzare l'andamento della velocità di regressione in funzione del flusso di massa stesso come rappresentato nella figura seguente.

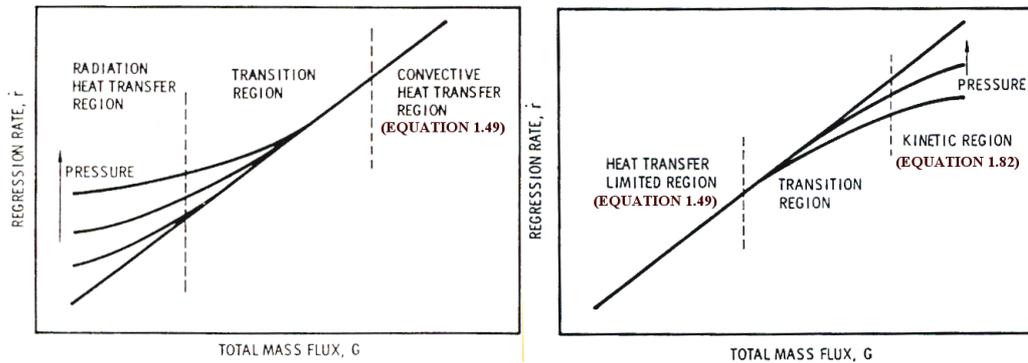


Fig.1.18– Andamento qualitativo della velocità di regressione

Prove sperimentali furono condotte su un motore in scala con due tipi di combustibili, poliuretano e PBAN[†], allo scopo di testare le eventuali differenze dovute al diverso comportamento superficiale durante la regressione. I grani di combustibile avevano due diametri iniziali 1 e 1.5 in e l'ossidante (ossigeno) veniva iniettato attraverso una camera di ristagno lunga 12 in ed una serie di schermi e piastre forate allo scopo di garantire condizioni uniformi all'ingresso. Il valore del flusso di ossidante era approssimativamente 0.1 lb/in²s (70.3 kg/m²s) e la pressione era compresa tra 30 e 260 psia (2 ÷ 17.7 atm). Le prove duravano dai 5 ai 15 s ed erano condotte secondo tre modalità: 1) portata di massa dell'ossidante

[†] Acronimo di Polybutadiene-Acrylic-Nitrile

costante – area di gola dell’ugello di scarico costante; 2) portata di massa dell’ossidante costante – area di gola dell’ugello di scarico variabile; 3) portata di massa dell’ossidante variabile – area di gola dell’ugello di scarico costante. I risultati sono presentati in termini di velocità di regressione media su un periodo di 5 s in funzione della pressione per i due tipi di combustibili.

Nella Fig.1.19 si riportano, ad esempio, i risultati per il poliuretano. Nella figura sono anche rappresentate le curve teoriche (una per il caso 100% poliuretano e l’altra per il caso 60% poliuretano-40% alluminio) ricavate imponendo che il rapporto q sia uguale a 1 per un valore della pressione pari a 9 atm, il che consente di determinare il valore della costante incognita; inoltre si è posto $n = 2$ e $E_a = 60 \text{ kcal/mole}$.

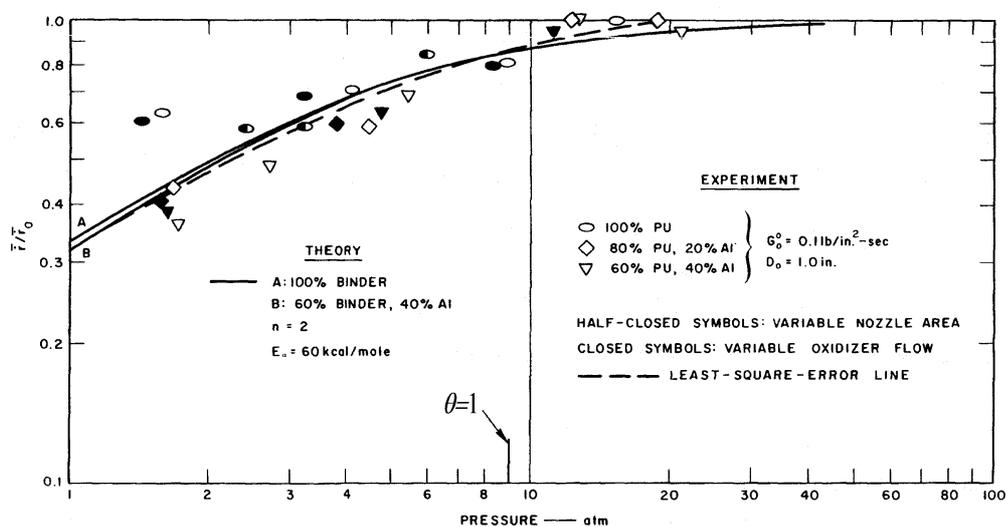


Fig.1.19– Velocità di regressione in funzione della pressione per il sistema ossigeno-poliuretano

Analizzando la figura si deduce che il comportamento della velocità di regressione (se adimensionalizzata rispetto alla \dot{r}_0) non varia con la composizione del combustibile. Inoltre si nota che la scelta $n = 2$ comporta un ottimo accordo tra i dati sperimentali e la curva teorica inducendo a concludere che la gran parte del calore viene liberato da reazioni bi-molecolari, come d’altronde ci si aspetta nel caso di una fiamma di idrogeno/carbonio/ossigeno.

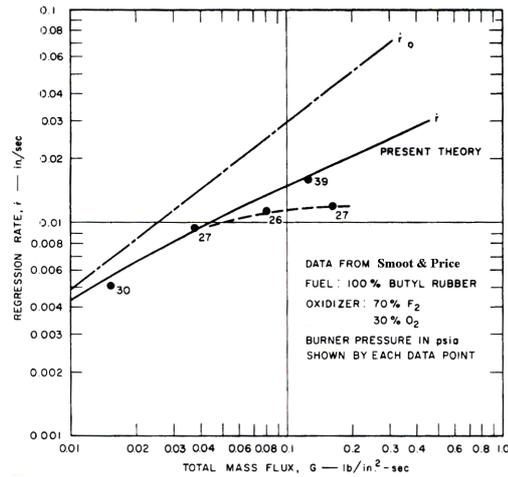


Fig.1.20– Effetto del flusso di massa sulla velocità di regressione (dati di Smoot e Price)

Infine gli autori provarono ad interpretare anche i dati sperimentali di Smoot e Price alla luce della teoria da essi elaborata; il risultato è riportato in Fig.1.20.

Il comportamento della velocità di regressione in funzione della pressione risulta simile a quello dimostrato negli altri dati sperimentali anche se, ad elevati flussi di massa, la dipendenza dal flusso di massa tende a zero, come evidenziato dall'appiattimento della curva tratteggiata. Gli autori attribuiscono questo scostamento dalla teoria (che prevede una dipendenza dal flusso di massa data dalla (1.82)) al fatto che nella teoria sia stata trascurata la variazione del rapporto l_c / l_t dal flusso di massa stesso.

CAPITOLO II

L'Apparato Sperimentale

II.1 Il motore

La sperimentazione di cui si parlerà nei capitoli successivi è stata condotta nel laboratorio di propulsione aerospaziale del Dipartimento di Scienza ed Ingegneria dello Spazio dell'Università di Napoli "Federico II" sito nell'aeroporto militare di Grazzanise (CE). Nell'ambito del presente lavoro di tesi sono state eseguite prove su un razzo a propellenti ibridi e su un ugello a spina bidimensionale raffreddato, grazie ad un impianto versatile e sicuro che, per dimensioni ed oggetto della sperimentazione, è attualmente l'unico in Italia ad operare in ambiente universitario. Di seguito si darà una descrizione dell'apparato sperimentale a cominciare dalle caratteristiche del motore.

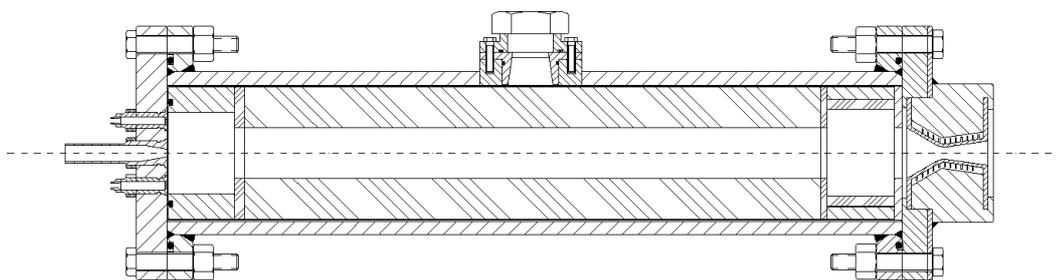


Fig.2.1– Sezione del razzo a propellenti ibridi

In Fig.2.1 è rappresentata la sezione della camera di combustione e dell'ugello di scarico del razzo la cui geometria è assialsimmetrica con diametro interno di 133 mm e lunghezza di 700 mm . La camera e le due flange di chiusura sono costruite in acciaio AISI 316. Il serraggio delle flange è assicurato da 8 bulloni M16 ciascuna, e il sistema è progettato per una pressione massima di esercizio di 70 atm . Partendo da sinistra si distingue la flangia di iniezione dotata di tre iniettori disposti parallelamente; quello centrale, costituito da un condotto convergente, è l'iniettore dell'ossidante, quelli laterali sono gli iniettori dei liquidi previsti per un'eventuale accensione ipergolica. Immediatamente a valle della flangia è disposta una pre-camera rimovibile di teflon, di lunghezza pari a 65 mm e diametro di 80 mm , la cui funzione è di fare da camera di ristagno in modo da ridurre "l'effetto getto" che comporterebbe un più basso consumo di combustibile nella zona di ingresso. In alcune prove, ma non ne è stata verificata

l'efficacia, allo stesso scopo è stato introdotto, a valle della pre-camera, un disco anch'esso di teflon, di diametro interno minore di quello della pre-camera, in modo da generare localmente una zona di ricircolo. L'accoppiamento a tenuta tra la pre-camera e la flangia è garantito da un o-ring e dalla pressione di serraggio.

Il combustibile è di forma cilindrica, di lunghezza variabile tra 563 e 570 mm a seconda che si utilizzi o meno il disco di teflon, ad una sola porta il cui diametro iniziale, di diversi valori, è stato fissato in modo da permettere un'ampia variazione dei flussi di massa: $D_0 = 16, 25, 50, 75 \text{ mm}$. Si sono utilizzati due combustibili polimerici, l'HTPB ed un polietilene ad alta densità, HDPE[§]. Il primo di questi, prodotto dalla Fiat Avio, è stato usato solo nelle prove preliminari di messa a punto del sistema, in particolare di quello ad ultrasuoni con cui si misura la velocità di regressione istantanea del combustibile (cfr. cap. III); il secondo, invece, di più semplice reperibilità, è stato adoperato estensivamente nel corso della sperimentazione.

A valle del grano di combustibile è disposta una post-camera, di lunghezza $60 \div 65 \text{ mm}$, in acciaio rivestito dall'interno con delle protezioni termiche (di produzione Fiat Avio) ed accoppiata, sia al grano che alla flangia di scarico, mediante dei dischi dello stesso materiale delle protezioni. La funzione di questa post-camera è di prolungare il tempo di convezione dei gas in modo da favorire la reazione tra l'ossigeno, eventualmente presente, ed i vapori del combustibile non bruciati. Infatti, un razzo ibrido funziona generalmente con un rapporto di miscelamento in eccesso di combustibile (più o meno pari a $\frac{3}{4}$ di quello stechiometrico), il che comporta una bassa efficienza¹. Ebbene la post-camera, è stato dimostrato, aumenta i valori dell'efficienza fino al 30%.

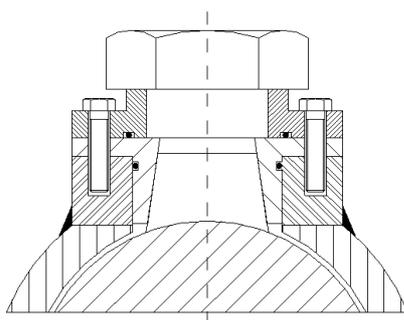


Fig.2.2– Particolare della sede del trasduttore ad ultrasuoni

Al centro della camera è disposto un foro circolare che permette l'alloggiamento della sonda ad ultrasuoni. La sonda è accoppiata alla superficie cilindrica del combustibile

[§] La densità media del polietilene utilizzato è 968 kg/m^3

mediante un inserto troncoconico montato all'interno di un cono in acciaio a sua volta avvitato sulla parete esterna della camera opportunamente lavorata (Fig.2.2).

Il contatto tra la sonda, l'inserto e la superficie del combustibile è assicurato dalla pressione esercitata da un tappo filettato, forato per consentire il passaggio del cavo elettrico di collegamento della sonda con l'unità emittente-ricevente.

Infine, a destra, è possibile distinguere, montato sulla flangia, l'ugello di scarico. È stato utilizzato un ugello convergente divergente troncoconico e raffreddato ad acqua, al fine di consentire prove di lunga durata ed a pressione costante in camera di combustione. Diversamente, con un ugello in materiale ablatante, quale ad esempio la grafite, sebbene di più facile costruzione, non si riuscirebbero ad ottenere lunghi tempi di prova e, soprattutto, pressioni costanti, a causa della variazione delle dimensioni della gola.

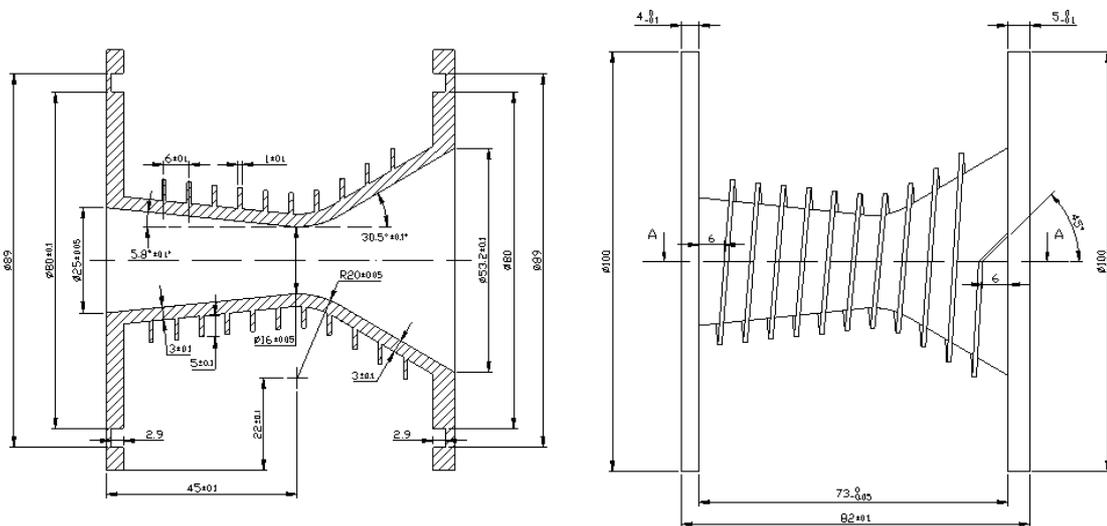


Fig.2.3– Disegno costruttivo dell'ugello (misure in mm)

L'ugello, interamente riprogettato nell'ambito di questo lavoro di tesi, è costruito in una lega di rame-cromo-zirconio per l'elevata conducibilità termica e le buone caratteristiche meccaniche che offre tale materiale. Ha un rapporto tra l'area di uscita e l'area di gola pari a 2.44, cui corrisponde un numero di Mach di 2.23 ed una pressione in camera di funzionamento corretto pari a 11.2 atm (per $g = 1.2$). Il circuito di raffreddamento è costituito da un canale elicoidale (il cui diametro equivalente è all'incirca 5.4 mm) che si avvolge lungo la superficie esterna dell'ugello. L'iniezione dell'acqua avviene in corrispondenza della sezione di ingresso del convergente, mentre lo scarico in prossimità della sezione di uscita del divergente. La parete superiore del canale è costituita dalla superficie conica di due "conchiglie" in cui è chiuso l'ugello, e la tenuta (la pressione massima nel condotto di raffreddamento è circa 35 atm) è garantita da una guaina gommosa opportunamente incollata

sulla superficie delle conchiglie stesse. La portata d'acqua necessaria al raffreddamento è circa 35 lit/min ed è assicurata da una pompa multistadio (14 stadi) che viene utilizzata, inoltre, in coppia con un'altra identica, per l'alimentazione dei circuiti di raffreddamento dell'ugello a spina (cfr. cap. VI).

L'ugello è montato, attraverso le due conchiglie, sulla flangia di chiusura, in cui è ricavata un'apposita sede per alloggiare le protezioni termiche che impediscono ai gas combusti di impingere direttamente sulla superficie frontale dell'ugello stesso (Fig.2.1).

La camera è sospesa al banco prova tramite due collari di sostegno e 4 celle di carico, lavoranti a flessione, che consentono di misurare la spinta esercitata dal motore (Fig.2.5).

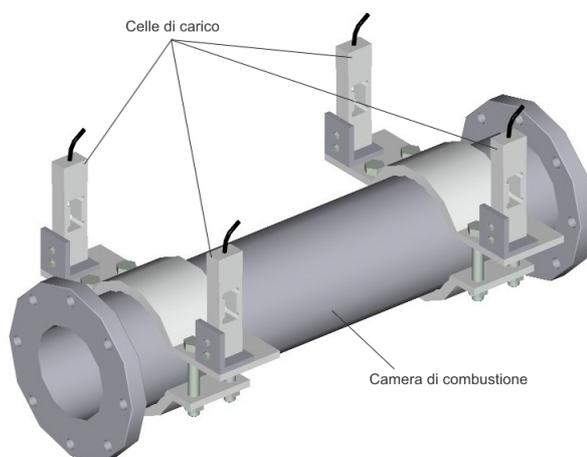


Fig.2.4– Sistema di sospensione al banco del motore

Le celle utilizzate sono della Tedeo Huntligth, modello 1042, hanno un fondoscala di 100 kg e garantiscono un'ottima accuratezza anche con carichi eccentrici (0.005% del carico applicato per centimetro di eccentricità). Con tale sistema è, inoltre, possibile misurare il momento della forza applicata intorno alla verticale e valutare eventuali asimmetrie.

II.2 Il sistema di alimentazione

L'ossidante utilizzato nelle prove sperimentali è l'ossigeno gassoso. Esso è stipato in 8 bombole alla pressione di circa 250 atm , e viene inviato in camera attraverso una linea di alimentazione schematicamente rappresentata in Fig.2.5. Tutte le linee sono da $\frac{3}{4} \text{ in}$ e sono collegate con particolari raccordi conici a pressione.

Sulla linea di alimentazione dell'ossigeno è montata una valvola tre vie che apre sulla linea di alimentazione dell'ossigeno oppure sulla linea dell'azoto, sulla quale è disposta un'ulteriore valvola. Azoto, infatti, è utilizzato per lo spegnimento rapido e, in caso di

necessità, per emergenza. Le valvole sono tutte azionate pneumaticamente e controllate elettronicamente. La linea dell'azoto è, in più, duplicata per garantirne manualmente, in caso di guasto delle valvole comandate elettronicamente, un immediato invio in camera.

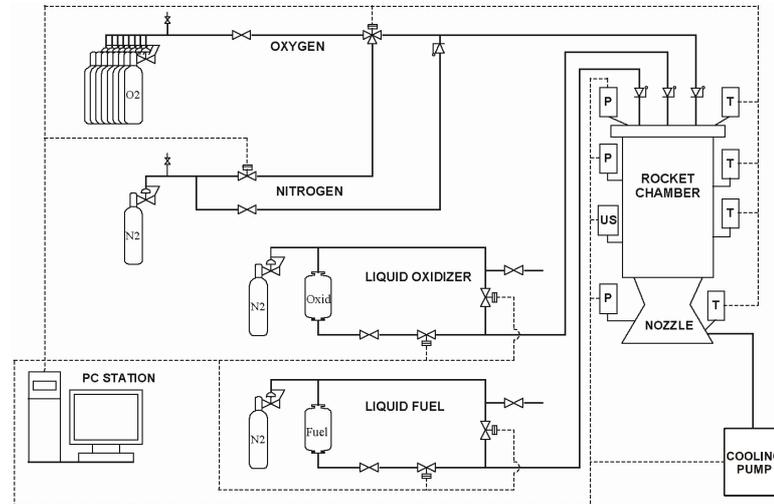


Fig.2.5– Schema delle linee di alimentazione

Sulla linea di alimentazione dell'ossigeno è installato un venturimetro per la misura della portata di gas. La portata di ossigeno viene misurata rilevando la differenza di pressione tra la sezione di gola e quella di ingresso del venturimetro, la pressione e la temperatura nella stessa sezione di ingresso, queste ultime per misurarne la densità. Il venturimetro è stato calibrato per conoscerne l'effettivo coefficiente di efflusso. La calibrazione è stata effettuata facendo effluire ossigeno attraverso un ugello convergente strozzato, costruito a norma e montato sulla camera di combustione³⁸. Di seguito si riporta il disegno costruttivo dell'ugello convergente.

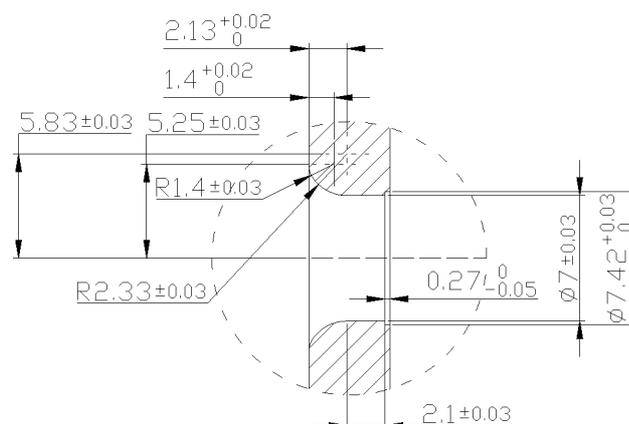


Fig.2.6– Disegno costruttivo dell'ugello utilizzato per la calibrazione del venturimetro (misure in mm)

Attraverso la misura della pressione di ristagno e della temperatura di ristagno a monte dell'ugello, ovvero nella camera, si è calcolata la portata critica mediante le classiche

relazioni della gasdinamica ed assumendo un coefficiente d'efflusso dell'ugello prescritto dalle norme in questione.

Eseguendo prove nell'intervallo di portata previsto durante la sperimentazione si è ottenuto un fattore di efflusso pari a 0.9446 (Fig.2.7) come pendenza della retta interpolante i dati rappresentanti la portata reale e quella misurata dal venturimetro.

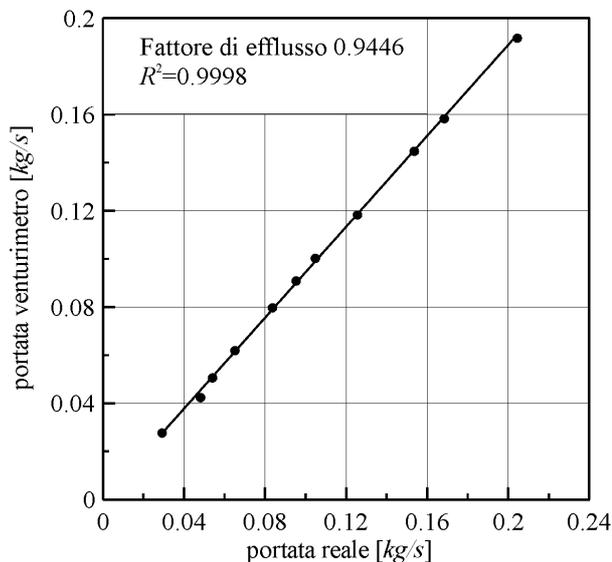


Fig.2.7– Curva di calibrazione del venturimetro

In Fig.2.5 si distinguono, infine, le linee dei liquidi ipergolici pressurizzate attraverso azoto. Su ogni linea ci sono ovviamente delle valvole di sfiato in caso di sovrappressioni. In luogo dell'accensione ipergolica, non utilizzata in questa sede, si è fatto uso semplicemente di una cartuccia pirotecnica fabbricata in laboratorio con della polvere pirica ed una resistenza chiusa in corto circuito.

Il controllo delle valvole disposte sulle linee è realizzato mediante l'azionamento di opportuni relè, a loro volta azionanti delle elettrovalvole montate sui circuiti ad aria compressa, tramite un sistema SCXI della National Instruments preposto anche all'acquisizione dei dati misurati.

II.3 Le grandezze fisiche misurate ed il sistema di acquisizione

Le grandezze fisiche misurate in laboratorio, schematicamente rappresentate sulla destra in Fig.2.5, sono la pressione a monte del venturimetro, quella tra gola e monte del venturimetro stesso, la pressione a monte dell'iniettore dell'ossigeno, quella nella pre-camera e quella a monte dell'ugello di scarico, ovvero nella post-camera di combustione. Si misura, come già detto, la spinta agente sul motore attraverso delle celle di carico ed, infine, la

temperatura in diverse posizioni con termocoppie di tipo differente a seconda dello scopo. In particolare si utilizzano termocoppie di tipo T e J per basse temperature, a spillo o a francobollo (misura della temperatura dell'acqua in uscita dal circuito di raffreddamento dell'ugello, temperatura dell'ossigeno a monte del venturimetro), e termocoppie di tipo S (Pt-Pt/Rh10%), dal diametro di 50 *mm*, per elevate temperature. Con queste ultime si misura la temperatura all'interno del combustibile e quella dei gas alla parete.

Per la misura della pressione si impiegano trasduttori della SETRA modello 280E e C280E. Sono trasduttori di tipo capacitivo, con una camera in acciaio inossidabile 17-4 PH che li rende adatti ad operare in ambienti aggressivi, tarati per pressioni da 0 a 1000 *psig* (68.05 *atm*). Questi modelli sono adatti per applicazioni nelle quali sono coinvolte elevate pressioni, in presenza di fluidi corrosivi. Sono già dotati di un circuito di condizionamento per il collegamento al sistema di acquisizione. Essi presentano buone caratteristiche di accuratezza ($\pm 0.11\%$), linearità ($\pm 0.1\%$), isteresi ($\pm 0.05\%$), non-ripetibilità ($\pm 0.02\%$). Riguardo all'inerzia del sensore, essi sono adatti per misure caratterizzate da frequenze dai 5 ai 500 *Hz*, valori più che accettabili per rilevamenti di tipo statico.

A causa delle elevate temperature in gioco, i due trasduttori usati per la misura in camera di combustione sono montati alle prese di pressione attraverso un tubicino di collegamento riempito di uno speciale olio avente la funzione di protezione del trasduttore stesso.

Tutti i segnali elettrici emessi dai vari trasduttori (di spinta, di pressione, di temperatura) sono acquisiti dal sistema SCXI.

In più, ma merita un capitolo a parte (cfr. cap. III), si utilizza un sistema ad ultrasuoni per la misura dell'evoluzione temporale dello spessore del grano di combustibile. Per l'acquisizione del segnale emesso dalla sonda ultrasonora si impiega un oscilloscopio, connesso al PC tramite una porta GPIB.

Il sistema SCXI è essenzialmente una piattaforma multicanale per il condizionamento di segnali, versatile e ad alte prestazioni; si compone di diversi moduli che amplificano, filtrano, isolano e multiplexano i segnali generati dai vari tipi di trasduttori con input in corrente, output analogici, e I/O digitali. I vari moduli sono integrati in uno chassis, SCXI 1000, che provvede all'alimentazione elettrica ed alla loro interconnessione.

L'acquisizione avviene mediante un modulo, l'SCXI 1200, che acquisisce i segnali dagli altri moduli, li digitalizza e li invia al PC tramite porta parallela ad una velocità di trasferimento fino a 180 *kbyte/s*. A questo proposito, poiché il PC deputato all'acquisizione e al controllo è situato ad una distanza di circa 20 *m* dal sistema SCXI è stato necessario

predisporre una rete di due PC (“RDA server e client”), quello di controllo, appunto, e quello collegato all’SCXI (lunghezza massima del cavo parallelo 1 m).

La comunicazione tra i vari moduli è completamente automatica grazie all’SCXibus, così l’interconnessione, la condivisione dei tempi e del bus analogico tra i vari moduli non richiedono alcuna programmazione e regolazione da parte dell’operatore.

Il collegamento dei cavi di output dei sensori ai moduli è assicurato mediante degli opportuni blocchi terminali provvisti di morsettiere.

I moduli utilizzati sono di seguito elencati con una breve descrizione delle loro caratteristiche.

SCXI 1200

Per questo tipo di sistema esso costituisce il modulo di acquisizione: può controllare ed acquisire dati dai diversi moduli di condizionamento installati nello chassis. La comunicazione con il PC avviene, come già detto, via cavo parallelo e già in forma digitale. La risoluzione dell’ADC (*Analogical Digital Converter* – Convertitore Analogico Digitale) è di 12 bit, la velocità di scansione del suo multiplexer può arrivare fino a 100 kS/s e durante l’acquisizione un buffer FIFO provvede a memorizzare i dati.

L’SCXI 1200 è impiegato, oltre che per l’acquisizione, per il controllo di micro-deviatori atti a verificare l’avvenuta apertura o chiusura delle valvole dell’impianto. Il collegamento è stato realizzato sfruttando le linee digitali compatibili TTL (*Transistor Transistor Logic* – Porta logica che si basa sull’utilizzo di due transistori).

SCXI 1102C

Questo è il modulo utilizzato per l’acquisizione dei segnali di pressione e temperatura. L’SCXI 1102C è un multiplexer a 32 canali differenziali a larga banda: è in grado di leggere, per ogni canale, segnali analogici sia in tensione che in corrente, fino a 10 kHz, con possibilità di filtro passa-basso con frequenze di taglio a 10 kHz e guadagno impostabile tra 1 e 100. L’intervallo di input è di 0 ÷ 10 o ± 5 V, selezionabile via software, mentre in corrente spazia da 0 fino a 20 mA. Questo modulo è predisposto per l’impiego con termocoppie per cui un canale di input consente il prelievo del segnale da un sensore adibito a rilevare la temperatura di riferimento.

Il multiplexer esegue la scansione dei 32 canali (eventualmente insieme al canale del sensore della giunzione fredda) indirizzando i segnali nella sezione analogica dell’SCXibus.

SCXI 1121

L’SCXI 1121 è un modulo di condizionamento con 4 canali isolati di input differenziale e di alimentazione, viene impiegato come modulo di condizionamento delle celle di carico.

Ognuno dei 4 canali di input analogico, dal range di $\pm 5 V$, è costituito da un amplificatore, il cui guadagno è selezionabile tra un minimo di 1 e un massimo di 2000, e da un filtro passa basso che si può configurare a 4 Hz o 10 kHz. L'uscita di ogni amplificatore è connessa ad un multiplexer il cui segnale di output confluisce nel connettore posteriore del modulo, a sua volta in comunicazione con l'SCXIbus. I 4 canali per l'eccitazione elettrica dei trasduttori, hanno una tensione in uscita che può essere fissata via hardware, mediante alcuni *jumper*, al valore di 3.333 V o 10 V in tensione.

SCXI 1161

L'SCXI 1161 è un modulo dotato di 8 relè di potenza indipendenti. Ognuno di questi è fornito dei 3 terminali “Normalmente Aperto” (NO), “Normalmente Chiuso” (NC) e “Comune” (COM). Questo comunica con il modulo di acquisizione SCXI 1200 attraverso una comunicazione seriale tramite SCXIbus.

L'SCXI 1161 è utilizzato per la gestione delle elettrovalvole preposte all'apertura-chiusura dei circuiti di alimentazione delle valvole attuate pneumaticamente e per l'accensione della cartuccia per l'innesco della fiamma.

L'acquisizione dei dati ed il controllo delle prove sperimentali sono completamente gestiti mediante un software sviluppato in LabView³⁹. Con tale software, in particolare, è possibile attuare le valvole e controllarne il corretto funzionamento, convertire i valori di tensione acquisiti in unità di misura fisiche e visualizzare l'andamento delle grandezze durante la prova, aprire una finestra video sulla regione di prova in modo che l'operatore, a distanza, possa vedere cosa succede durante la prova stessa ed, infine, salvare i dati acquisiti su disco rigido per la successiva elaborazione. Il tutto è concepito in modo tale che le prove possano essere controllate da un'unica persona.

Nelle figure di seguito si riportano, a scopo di esempio, i diagrammi temporali di alcuni dei parametri misurati; non dovendo condurre analisi in frequenza di misure dinamiche, la frequenza di acquisizione di tutte le grandezze, tranne il tempo di volo delle onde ultrasonore (cfr. cap. III), è stata impostata a 100 Hz, mentre quella del tempo di volo a 10 Hz, valore che consente di registrare mediamente variazioni di spessore dell'ordine dei 50 *mm*.

I valori indicati in alto a sinistra sono, rispettivamente, il flusso di ossidante medio nella prova, il diametro interno iniziale del grano ed il valore medio della pressione in camera nella fase stazionaria. Il diagramma della portata istantanea dell'ossigeno è stato ottenuto effettuando una media mobile, con periodo di 101 punti, del segnale originario. Il segnale di partenza è, infatti, molto rumoroso probabilmente a causa di fenomeni di distacco e riattacco

della corrente nel divergente del venturimetro. Per ciò che riguarda, invece, in dettaglio l'andamento nella fase finale dello spessore del combustibile si veda il par. III.4.

Infine, è importante sottolineare che nelle condizioni sperimentali date, la pressione in camera, e la spinta di conseguenza, sono praticamente costanti nelle fasi di regime.

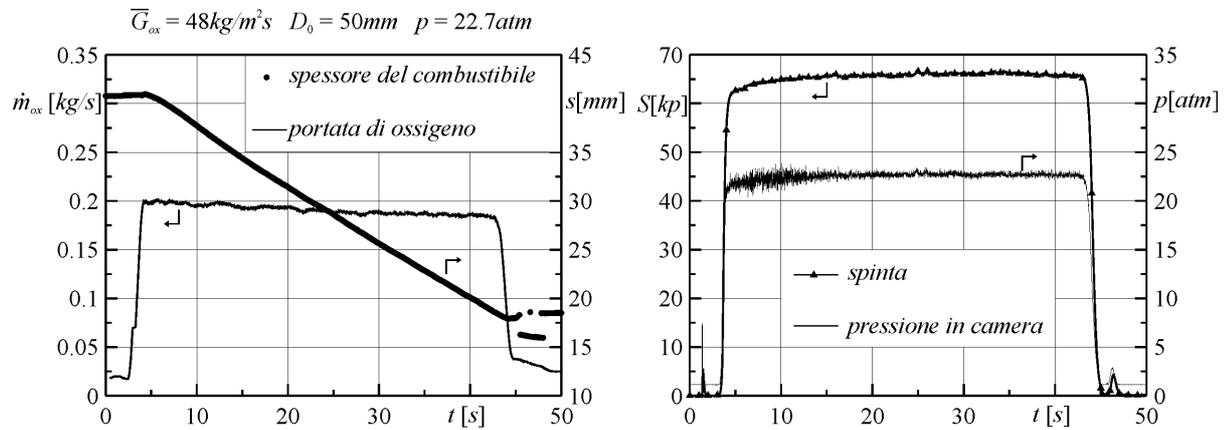


Fig.2.8– A sinistra: andamento dello spessore e della portata di ossigeno in funzione del tempo; a destra: andamento della spinta e della pressione in camera di combustione

CAPITOLO III

La Tecnica ad Ultrasuoni per la Misura della Velocità di Regressione Istantanea

III.1 Le onde ultrasonore

È noto che si chiamano ultrasuoni le onde meccaniche la cui frequenza è maggiore della soglia di udibilità dell'orecchio umano, convenzionalmente fissata a 20 kHz . Nonostante abbiano stessa natura del suono e si comportino allo stesso modo, essi hanno una lunghezza d'onda molto minore (frequenza molto più elevata[†]) cosicché possono essere riflessi da piccole superfici. Questo è il motivo fondamentale per il quale gli ultrasuoni sono vastamente impiegati nel campo dei controlli non distruttivi⁴⁰ per i quali vengono, infatti, utilizzati ultrasuoni di frequenza tra 0.5 e 15 MHz .

Le caratteristiche di propagazione delle onde meccaniche sono governate dalle classiche equazioni che descrivono il moto di una particella materiale sottoposta alle forze di inerzia e di richiamo elastico:

$$\begin{aligned}(\mathbf{I} + G)\frac{\partial\Theta}{\partial x} + G\nabla^2 u &= \mathbf{r}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\(\mathbf{I} + G)\frac{\partial\Theta}{\partial x} + G\nabla^2 v &= \mathbf{r}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\(\mathbf{I} + G)\frac{\partial\Theta}{\partial x} + G\nabla^2 w &= \mathbf{r}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\end{aligned}\tag{3.1}$$

dove u, v, w rappresentano le componenti dello spostamento della particella lungo gli assi x, y, z di un sistema di riferimento ortogonale, t il tempo, Θ la variazione percentuale di volume (uguale alla divergenza dello spostamento), \mathbf{r} la densità del materiale e \mathbf{I}, G rispettivamente la prima costante di Lamé ed il modulo di elasticità tangenziale o seconda costante di Lamé⁴¹.

Nello caso specifico in cui gli ultrasuoni sono sfruttati per la misura di spessori, è possibile ritenere che le onde meccaniche siano di tipo longitudinale, ovvero che la direzione di oscillazione sia parallela alla direzione di propagazione dell'onda stessa. In questa circostanza la perturbazione induce solo una variazione del volume e non una variazione di

[†] Si ricorda che tra la frequenza f , la lunghezza d'onda λ e la velocità c sussiste la relazione $\lambda f = c$

forma, per cui tali onde sono irrotazionali e le (3.1) si riducono ad una sola equazione che descrive il moto nella direzione della propagazione ondosa:

$$(\mathbf{I} + 2G) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \mathbf{r} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

in cui è stato scelto l'asse x coincidente con quello del moto. Tale equazione stabilisce, quindi, che lo spostamento della particella è una speciale funzione del tempo e della posizione, ossia è un'onda che viaggia alla velocità c :

$$c = \sqrt{\frac{\mathbf{I} + 2G}{\mathbf{r}}} \quad (3.3)$$

che dipende unicamente dalle caratteristiche elastiche ed inerziali del materiale. Esprimendo, infatti, le costanti di Lamé in funzione del modulo di Young, E , e del modulo di Poisson, \mathbf{n} , si ha:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\mathbf{r} (1 + \mathbf{n})(1 - 2\mathbf{n})}} \quad (3.4)$$

Gli ultrasuoni sono, dunque, soggetti a tutti i fenomeni propri della propagazione ondosa quali, ad esempio, la riflessione e la rifrazione.

Quando un fascio di onde ultrasonore incontra la superficie limite del mezzo in cui si propaga (come per esempio avviene nel caso di presenza di difetti nei materiali) una parte dell'energia continua ad essere trasportata nell'altro mezzo ed una parte viene riflessa. La quantità di energia riflessa, è funzione delle caratteristiche dei due mezzi e, precisamente, dipende dall'impedenza acustica dei due materiali. Questo parametro, che caratterizza la resistenza al passaggio degli ultrasuoni, è definito dal prodotto tra la densità del materiale e la velocità di propagazione dell'onda:

$$Z = \mathbf{r} c \quad (3.5)$$

Definendo il coefficiente di riflessione \mathcal{R} come il rapporto tra l'energia dell'onda incidente e quella dell'onda riflessa ed indicando con i pedici 1 e 2 le grandezze relative ai due mezzi in cui avviene la propagazione, si dimostra che sussiste la seguente relazione:

$$\mathcal{R} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

La restante parte d'energia viene trasmessa nel secondo mezzo e l'espressione del coefficiente di trasmissione \mathcal{T} è immediatamente deducibile dalla relazione:

$$\mathcal{T} = 1 - \mathcal{R} = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad (3.6)$$

Materiale	c [m/s]	Z [$10^6 \cdot \text{kg/m}^2\text{s}$]
Acqua (20°C)	1320	1.48
Acqua (15°C)	1490	1.48
Polietilene	2300	2.2
Plexiglas	2700	3.2
Ghisa	3500 – 5600	3.36
Zinco	4170	2.96
Ottone	4450	3.65
Rame	4660	4.25
Nichel	5480	4.85
Vetro Crown	5660	1.4
Acciaio	5850	4.76
Alluminio	6250	1.65

Tab.3.1– Valori della velocità delle onde trasversali e dell’impedenza acustica di alcuni materiali

In Fig.3.1 è riportato l’andamento del coefficiente di riflessione in funzione del rapporto Z_1/Z_2 delle impedenze acustiche dei due mezzi; è immediato riconoscere che per valori del rapporto Z_1/Z_2 prossimi a 100 il coefficiente di riflessione è praticamente uguale a 1 e che, di conseguenza, trascurando fenomeni di attenuazione e scattering, tutta l’energia incidente viene riflessa.

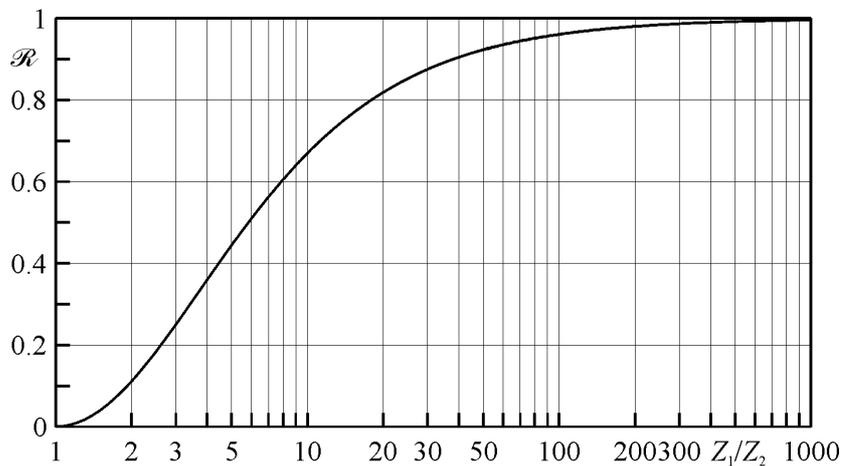


Fig.3.1– Andamento del coefficiente di riflessione in funzione del rapporto delle impedenze acustiche

Ad esempio, nel caso di interesse, in cui le onde ultrasonore passano da un materiale polimerico (polietilene) a gas caldi ad elevata pressione, si ha pressappoco $Z_1 \sim 2.2 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $Z_2 \sim 2.6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^2\text{s}$, per cui risulta $Z_1/Z_2 \sim 850$ e $\mathcal{R} \sim 0.995$.

Si dà, infine, un cenno al fenomeno dell’assorbimento per il quale l’intensità di un’onda, pur se considerata piana, decresce all’aumentare della distanza percorsa a causa dei fenomeni

di conduzione termica ed attrito interno. Generalmente si assume una legge di tipo esponenziale per la quale risulta:

$$I(x) = I_0 \exp(-\mathbf{b} x) \quad (3.7)$$

in cui I rappresenta l'intensità alla distanza x , I_0 l'intensità iniziale e \mathbf{b} il coefficiente di assorbimento specifico, che risulta direttamente proporzionale al quadrato della frequenza, inversamente proporzionale alla densità del mezzo ed al cubo della velocità di propagazione. L'utilizzo di onde a bassa frequenza comporta, quindi, un minor assorbimento del fascio ultrasonoro ma diminuisce la sensibilità poiché, ovviamente, la lunghezza d'onda aumenta.

III.2 Sonde ultrasonore

Si chiamano sonde o trasduttori i dispositivi atti alla generazione o alla rilevazione di onde ultrasonore; essi possono essere classificati, dal punto di vista fisico, in: 1) generatori elettrici; 2) generatori elettromagnetici e 3) generatori meccanici. Non tutti i generatori appena elencati si prestano a fornire potenze e frequenze sufficientemente elevate, per cui si analizzeranno quelli di maggiore interesse per l'applicazione in questione, cioè i trasduttori piezoelettrici.

In alcuni cristalli, come ad esempio il quarzo, la compressione o la trazione, in un'opportuna direzione rispetto agli assi cristallografici, fa sorgere delle cariche elettriche sulle facce sollecitate del cristallo stesso. In particolare, l'energia meccanica comunicata al cristallo attraverso l'azione di deformazione viene in parte trasformata in energia elettrica e determina l'apparizione di cariche elettriche. Il fenomeno, detto effetto piezoelettrico, è reversibile, nel senso che, applicando alle due facce del cristallo una tensione elettrica, si produce una deformazione del cristallo con conseguente trasformazione di energia elettrica in energia meccanica. Fino a qualche tempo fa il solo materiale piezoelettrico utilizzato era il cristallo di quarzo tagliato secondo opportuni assi cristallografici. Esso viene normalmente utilizzato per la realizzazione di sonde che generano fasci ultrasonori ad alta frequenza, superiore ai 10 MHz, ed è particolarmente indicato per sonde da usare su superfici calde grazie all'elevato valore della sua temperatura di Curie[‡] (circa 550°C).

Comunemente utilizzate nella realizzazione di sonde ultrasonore sono alcune piastrine di materiale ceramico, tipo titanato di bario e zirconato di piombo, convenientemente

[‡] La temperatura di Curie è la temperatura al di sopra della quale il cristallo perde le sue caratteristiche piezoelettriche

prepolarizzate con una tensione continua e poi sottoposte ad un campo elettrico, che si comportano analogamente ai cristalli piezoelettrici. Questo comportamento, dovuto alla presenza di cariche orientabili con un campo elettrico esterno, viene chiamato ferroelectricità per l'analogia con i materiali ferromagnetici soggetti ad un campo magnetico. Il titanato di bario, ad esempio, è particolarmente indicato per l'ottenimento di fasci ultrasonori energetici a frequenze inferiori ai 10 MHz ed in applicazioni in cui le temperature non siano superiori ai 100°C.

Le sonde ultrasonore si dividono, a seconda della configurazione, in sonde dritte e sonde angolate. Le sonde dritte hanno il cristallo piezoelettrico montato parallelamente alla superficie di appoggio, mentre quelle angolate presentano il cristallo in posizione obliqua rispetto a quest'ultima. Le principali caratteristiche delle sonde sono, comunque, la frequenza, la dimensione nominale dell'elemento sensibile e l'angolo di rifrazione o di trasmissione che, come si vedrà, influenzano l'andamento del fascio ultrasonoro.

Ciascuna sonda è identificata da una frequenza propria di vibrazione che caratterizza il fascio di onde ultrasonore generate. La frequenza è inversamente proporzionale allo spessore del cristallo, il quale, sollecitato dall'impulso elettrico, entra in risonanza meccanica. Precisamente la lunghezza d'onda a risonanza è il doppio dello spessore o , in altri termini, la dimensione trasversale della lastrina deve essere pari a metà della lunghezza d'onda che il suono ha nel quarzo, per cui si ha:

$$f = n \frac{c}{2l} \quad (3.8)$$

in cui f è la frequenza, l lo spessore ed n l'ordine dell'armonica secondo cui si vuole far vibrare il cristallo⁴².

I principali componenti di ogni trasduttore sono l'elemento sensibile, la cavità in resina epossidica (cosiddetta *backing*) e la piastra protettiva (Fig.3.2).

A parte l'elemento attivo, il *backing* è una sostanza ad elevata densità ed altamente attenuante che ha lo scopo di controllare le vibrazioni del trasduttore assorbendo l'energia irraggiata dalla faccia posteriore del cristallo piezoelettrico. Nel caso in cui l'impedenza acustica del *backing* sia molto simile a quella dell'elemento attivo, il risultato dell'accoppiamento è un trasduttore che presenta una buona risoluzione ma che può produrre un segnale di più bassa ampiezza (Fig.3.2). Viceversa, se la differenza delle impedenze acustiche è rilevante, gran parte dell'energia viene riflessa verso il materiale da testare

abbassando la risoluzione del trasduttore che, per contro, presenta un'ampiezza di segnale maggiore.

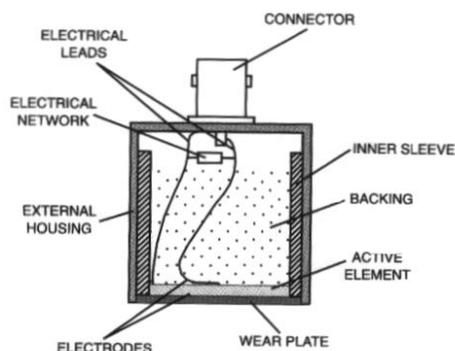


Fig.3.2– Schema costruttivo di una sonda ultrasonora dritta

La funzione fondamentale della piastra protettiva è di separare l'elemento attivo dall'ambiente; nel caso specifico di trasduttori a contatto, essa deve essere costituita da un materiale duro e resistente alla corrosione per resistere all'usura soprattutto con materiali metallici. Inoltre, per i trasduttori ad immersione, essa ha l'ulteriore scopo di accoppiante acustico tra l'elemento sensibile, ad elevata impedenza, ed il mezzo, generalmente a bassa impedenza acustica.

III.2.1 Caratteristiche del fascio ultrasonoro

Quando una sonda ultrasonora è appoggiata al materiale da esaminare, nel materiale stesso sono inviati fasci di ultrasuoni la cui formazione si può immaginare avvenga, in base al principio di Huygens, a partire dai contributi di un certo numero di elementi in cui idealmente si divide il cristallo piezoelettrico. È possibile distinguere nel campo sonoro due zone: il campo vicino (in inglese detto *near field*) ed il campo lontano (*far field*). Il campo vicino è la regione, immediatamente adiacente al trasduttore, nella quale l'intensità del segnale cresce e decresce continuamente passando attraverso una serie di massimi e minimi (Fig.3.3).

La posizione L_0 dell'ultimo massimo definisce l'ampiezza del campo vicino ed è funzione del diametro nominale D della sonda, della sua frequenza e della velocità del suono all'interno del materiale:

$$L_0 = \frac{D^2 f}{4c} \quad (3.9)$$

A causa delle sensibili variazioni d'intensità all'interno del campo vicino, potrebbe essere difficile effettuare una misura accurata, per cui è opportuno fare in modo che la zona di misura cada all'esterno del campo.

Il campo lontano è, invece, la regione a valle di L_0 in cui l'intensità sonora decresce monotonamente.

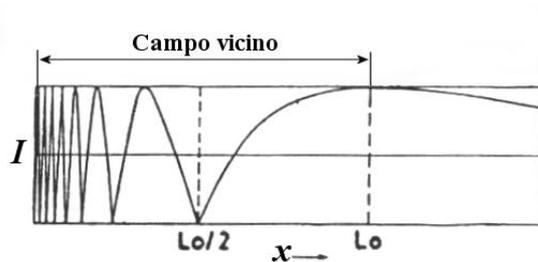


Fig.3.3– Andamento schematico del campo sonoro

Inizialmente il fascio ultrasonoro si propaga approssimativamente secondo un cilindro sino alla distanza L_0 , ossia nel campo vicino il diametro del fascio è pressappoco costante. Successivamente il fascio assume una configurazione troncoconica divergente con angolo di semidivergenza g (calcolato in base ad un decadimento dell'intensità di 6 dB) dato dalla relazione:

$$\sin g = 1.22 \frac{c}{D f} \tag{3.10}$$

dalla quale si deduce che, per ridurre la divergenza del fascio ultrasonoro (quanto più piccolo è il diametro del fascio tanto maggiore è l'energia riflessa), si deve selezionare un trasduttore con un'elevata frequenza e/o un elevato diametro nominale.

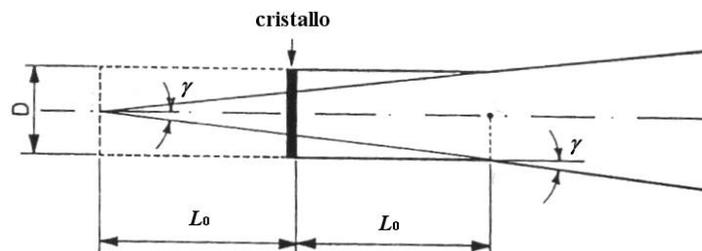


Fig.3.4– Andamento del fascio ultrasonoro

Infine, v'è da dire che l'intensità del fascio ultrasonoro nelle zone lontane, per effetto della propagazione conica, diminuisce, pur in assenza di assorbimento, con l'inverso del quadrato della distanza percorsa.

III.3 La misura dello spessore

Una delle applicazioni degli ultrasuoni è la misura dello spessore di oggetti che presentano un lato inaccessibile, come nel caso in esame in cui, ad essere misurato è, istante per istante, lo spessore del grano di combustibile. In questa situazione è indispensabile utilizzare un unico trasduttore che faccia da emettitore e ricevitore di ultrasuoni. La tecnica adoperata si chiama ad “impulso-eco”. I componenti hardware di un sistema ultrasonoro per l'applicazione di tale tecnica sono tre e sono schematicamente rappresentati in Fig.3.5.

- 1) Un trasduttore ad ultrasuoni.
- 2) Un'unità emittente-ricevente ed amplificatrice di segnali elettrici. Tale strumento provvede a generare impulsi elettrici che, applicati alle facce del cristallo piezoelettrico del trasduttore, lo eccitano dando origine all'emissione di treni di onde ultrasonore. Questa stessa unità è, inoltre, deputata all'amplificazione dell'impulso elettrico generato dal cristallo della sonda ogni volta che è raggiunto da un treno d'onde riflesse. L'amplificazione è strettamente necessaria dato che l'impulso in arrivo è piuttosto debole in quanto, oltre ad aver subito le due trasformazioni elettrico-sonora e sonoro-elettrica, è stato attenuato durante la propagazione nel materiale in esame.
- 3) Uno strumento di acquisizione e visualizzazione degli impulsi ultrasonori, ad esempio un oscilloscopio od una scheda di acquisizione dati.

A questi va aggiunto un elemento fondamentale per il buon funzionamento dell'apparato: un opportuno fluido di accoppiamento da interporre tra il trasduttore ed il materiale da esaminare, necessario in quanto gli ultrasuoni sono fortemente attenuati dall'aria e dai gas in genere.

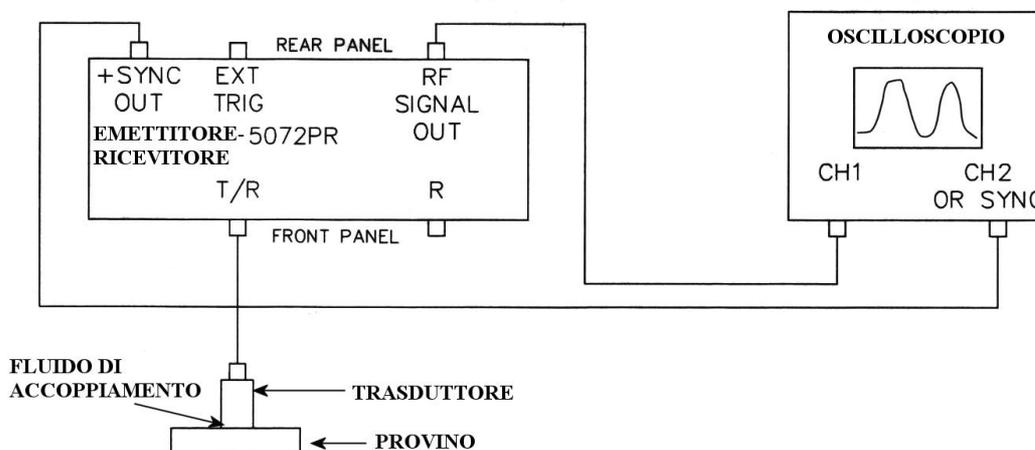


Fig.3.5– Schema dell'apparato ultrasonoro

Questo mezzo fluido è normalmente costituito da soluzioni acquose, glicerina, nafta ed oli minerali con viscosità variabile secondo l'impiego (particolarmente utili su superfici scabre). Particolare cura deve essere posta nella disposizione del fluido d'accoppiamento poiché nessuna sensibile perturbazione viene apportata alla propagazione degli ultrasuoni finché lo spessore del mezzo sia inferiore ad $\frac{1}{4}$ della lunghezza d'onda. Il che avviene generalmente se la superficie d'appoggio è sufficientemente liscia; se, invece, ciò non dovesse verificarsi, si genererebbero numerose riflessioni nello spessore d'accoppiamento con conseguente diminuzione dell'energia trasmessa.

L'efficienza di un sistema ad ultrasuoni è rappresentata da tre qualità fondamentali: la sensibilità, la risoluzione assiale e la risoluzione nel campo vicino. In particolare, la sensibilità costituisce la capacità del sistema di rilevare superfici riflettenti (i difetti nel caso dell'applicazione ai controlli non distruttivi) ad una certa distanza dal sensore; il sistema è tanto più sensibile quanto maggiore è l'intensità del segnale ricevuto emesso da tali superfici. Per risoluzione assiale, invece, si intende l'abilità del sistema di produrre segnali distinti per superfici riflettenti situate pressappoco nella stessa posizione, ed, infine, la risoluzione nel campo vicino è la capacità di effettuare misure nella regione adiacente al trasduttore (limitata dall'ampiezza del campo vicino).

La tecnica consente di misurare il tempo impiegato dalle onde ultrasonore, prodotte dal trasduttore, nel processo di attraversamento del materiale dato, riflessione all'interfaccia del materiale e ritorno al trasduttore^{43,44}. Di questo processo, infatti, è possibile visualizzare l'istante in cui avviene la riflessione come un eco prodotto nella forma d'onda generata dal trasduttore.

Il valore dello spessore s da misurare si calcola, in seguito ad un'appropriata calibrazione di cui si discuterà più avanti, in base alla seguente semplice relazione valida nel caso in cui la velocità del suono è costante nella direzione di propagazione delle onde:

$$s = \frac{c t_o}{2} \quad (3.11)$$

in cui il fattore $\frac{1}{2}$ tiene conto del fatto che il tempo misurato t_o è quello di andata e ritorno, ovvero è il doppio del tempo di attraversamento dello spessore.

III.4 Caratterizzazione del sistema ad ultrasuoni utilizzato e metodo di misura

Il sistema ad ultrasuoni adottato è costituito da un trasduttore a contatto della Panametrics, modello Videoscan V114-SB da 1 MHz di frequenza e $\frac{3}{4}$ in di diametro nominale; dall'emettitore-ricevitore Panametrics modello 5072PR; dall'oscilloscopio LeCroy modello LT 344, 500 MHz di frequenza di campionamento e 250 kPts di memoria. L'oscilloscopio è connesso al computer tramite una porta GPIB al fine di acquisire e salvare su hard-disk le tracce ultrasonore e garantire la sincronizzazione con l'acquisizione delle altre grandezze misurate. Per fluido di accoppiamento si è utilizzata la glicerina, per mezzo della quale l'eco all'interfaccia trasduttore-materiale è praticamente assente.

La scelta di questo modello di trasduttore è stata guidata dalle caratteristiche offerte dalla gamma Videoscan mirata all'ottenimento di un buon rapporto segnale-rumore in materiali altamente attenuanti quali l'HTPB ed il polietilene (entrambi combustibili sperimentati in questa sede) e di una buona risoluzione assiale a distanza. Le caratteristiche attenuanti dei materiali da testare hanno, inoltre, imposto la scelta di una frequenza medio-bassa poiché l'assorbimento, come visto nel paragrafo III.1, per un dato materiale, aumenta con il quadrato della frequenza. Infine, la dimensione nominale del trasduttore è stata fissata in base all'esigenza di dover accoppiare il trasduttore stesso alla superficie cilindrica del grano di combustibile, attraversando la parete della camera di combustione con un opportuno foro. L'accoppiamento tra la superficie piana del trasduttore e quella cilindrica del grano è stato realizzato per mezzo di un inserto troncoconico (cfr. par. II.1) dello stesso materiale del combustibile per minimizzare le differenze di impedenza acustica. È necessario, quindi, avere un trasduttore di dimensioni non troppo elevate al fine di realizzare fori modesti sulla camera e ridurre le dimensioni dell'inserto troncoconico.

In Fig.3.6 è rappresentata la risposta del trasduttore nel dominio del tempo e della frequenza nella condizione di certificazione (per le voci "energia" e "damping" si veda più avanti):

- provino di silice dello spessore di 5 in;
- energia di impulso 104 mJ;
- damping 200 Ω.

Dal primo diagramma si deduce che la durata dell'impulso è di circa 1 μs mentre dalla seconda, oltre al fatto che il picco dell'energia è situato ovviamente intorno ad 1 MHz, che l'ampiezza di banda a -6 dB è di 1.15 MHz.

Per questo trasduttore accoppiato, ad esempio, al polietilene, l'angolo di semidivergenza del fascio è $g \sim 8.5^\circ$ e l'ampiezza del campo vicino è all'incirca $L_0 \sim 3.5 \text{ cm}$, che, nella configurazione adottata con inserto interposto tra trasduttore e grano di combustibile, coincide proprio con l'interfaccia tra inserto e superficie esterna del grano (la lunghezza dell'inserto è 3.4 cm).

L'unità emittente-ricevente eccita il trasduttore con treni di impulsi negativi di ampiezza massima di -360 V , con frequenza impostabile, su valori discreti, da 100 a 5000 Hz , e con un'energia di impulso, anch'essa selezionabile su 4 valori discreti, compresa tra 13 e 104 mJ . La possibilità di variare la frequenza di eccitazione permette di migliorare la qualità della misura al variare dello spessore.

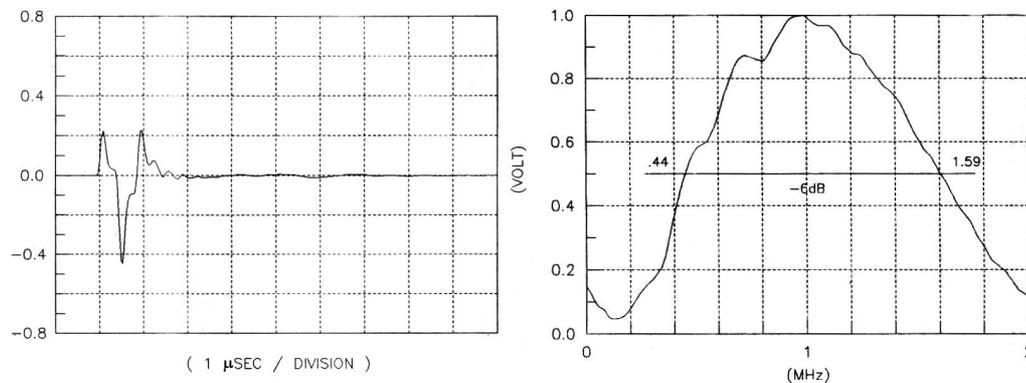


Fig.3.6– Forma d'onda e spettro del trasduttore V114-SB

Al crescere dello spessore da misurare, infatti, la frequenza di eccitazione deve essere ridotta poiché, in questo caso, il rumore di base cresce e può variare nel tempo. Cambiando l'energia di impulso ed il *damping*, quest'ultimo impostabile su otto valori diversi, è possibile, inoltre, variare la forma d'onda in modo da ottenere la migliore risoluzione ed il miglior tempo di recupero dopo il main bang per un dato trasduttore ed un dato materiale. Per quanto riguarda la sezione ricevente, la cui ampiezza di banda è di 35 MHz , sono disponibili un filtro passa alto con frequenza di cut-off di 1 MHz , ed un filtro passa basso con cut-off di 10 MHz . In più è possibile impostare il guadagno di amplificazione fino ad un massimo di 59 dB .

Una tipica traccia acquisita e visualizzata sull'oscilloscopio è rappresentata in Fig.3.7 nel caso di polietilene. La forma d'onda è campionata a 500 MHz , ed il trasduttore, nel caso specifico, è eccitato alla frequenza di 100 Hz ; l'oscilloscopio è impostato in modo da analizzare solo 10 eventi di trigger su 100, cosicché la frequenza di visualizzazione è 10 Hz .

Sull'asse delle ascisse è riportato il tempo espresso in microsecondi, sull'asse delle ordinate l'ampiezza del segnale espressa in volt. È immediato riconoscere, procedendo da

sinistra verso destra, il cosiddetto *main bang*, ossia l'eco principale caratteristico del trasduttore adoperato; il primo *backwall-eco*, al tempo $t_o \sim 26.1 \mu s$, corrispondente all'interfaccia tra inserto e superficie esterna del grano di combustibile ed, infine, al tempo $t_o \sim 62.2 \mu s$, il *backwall-eco* di interesse, di ampiezza notevolmente maggiore, relativo alla superficie interna del grano.

Il tempo misurato t_o , a rigore, non coincide con il doppio del tempo di propagazione, bensì rappresenta l'intervallo temporale trascorso tra l'istante in cui l'unità emittente invia il segnale di eccitazione al trasduttore (coincidente con il segnale di trigger) e l'istante corrispondente ad un determinato punto scelto sull'eco di ritorno. In particolare, quest'ultimo punto si sceglie coincidente con uno zero dell'eco (nel caso in esame quello relativo al ramo di pendenza positiva) in modo da rendere la misura indipendente dall'ampiezza dell'eco stesso e, quindi, dall'energia e dal damping. Eppure questa scelta è arbitraria, non potendo conoscere esattamente quale punto della forma d'onda corrisponde effettivamente alla discontinuità.

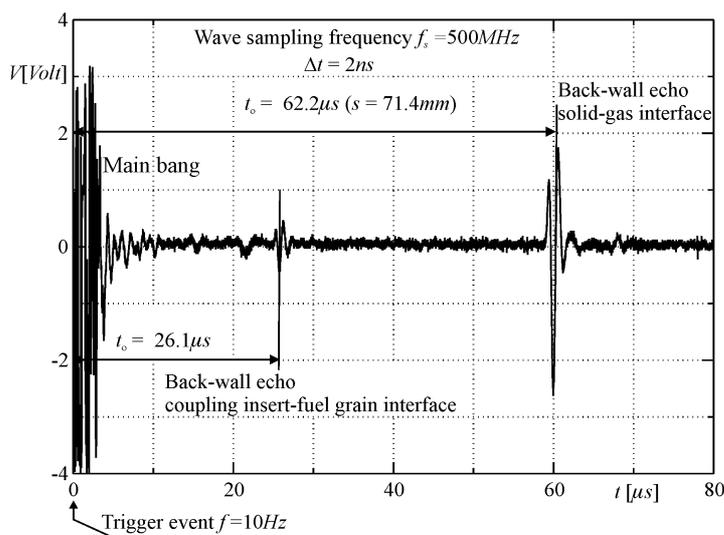


Fig.3.7– Tipica forma d'onda visualizzata con l'oscilloscopio (polietilene)

Il tempo misurato in questo modo, dunque, contiene in sé l'indeterminatezza legata alla scelta del punto di misura sull'eco di ritorno ed, in più, l'intervallo temporale che intercorre tra l'invio del segnale ed il momento in cui le onde penetrano nel materiale. Il modo corretto per eliminare tale incertezza è effettuare la misura simultaneamente su due provini di spessore noto. Infatti, indicando con t_{o1} e t_{o2} i tempi misurati relativi agli spessori s_1 ed s_2 rispettivamente e con Δt_o l'intervallo di tempo incognito, si ha:

$$\begin{cases} t_{o1} = 2 \frac{s_1}{c} + \Delta t_o \\ t_{o2} = 2 \frac{s_2}{c} + \Delta t_o \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \frac{s_2 - s_1}{t_{o2} - t_{o1}} \\ \Delta t_o = \frac{t_{o1}s_2 - t_{o2}s_1}{s_2 - s_1} \end{cases} \quad (3.12)$$

da cui è possibile calcolare la velocità del suono c e l'intervallo di tempo Δt_o che rappresenta l'incertezza contenuta in t_o . Dalla Fig.3.7, assumendo una velocità del suono pari a 2300 m/s, si ricava che Δt_o costituisce solo lo 0.2% del tempo misurato. Nella pratica, quindi, Δt_o è stato trascurato effettuando la misura in base alla (3.11) che si deduce dalle (3.12) per $\Delta t_o = 0$.

In realtà, nel caso di materiali ablanti, il cui spessore diminuisce nel tempo, la misura è notevolmente più critica. In questo caso, durante il tempo, l'eco di ritorno si sposta verso sinistra e generalmente si modifica, nel senso che cambia di ampiezza e di durata. Di conseguenza, per estendere la validità della misura a questo caso, bisogna implicitamente ritenere che tali modifiche non influenzino in modo significativo il calcolo del tempo t_o oppure ricorrere ad altri metodi quali, ad esempio, quello della cross-correlazione tra le forme d'onda al variare del tempo⁴⁵. Inoltre, si riscriva la (3.11), riferendosi ai valori istantanei dello spessore e del tempo misurato, nel modo seguente:

$$s(t) = \frac{s_{ref}}{t_{oref}} t_o(t) \quad (3.13)$$

in cui s_{ref} e t_{oref} sono, rispettivamente, lo spessore del combustibile prima della prova ed il tempo corrispondente; ovviamente sussiste la seguente altra relazione tra il rapporto s_{ref}/t_{oref} e la velocità del suono c_{ref} nelle stesse condizioni:

$$\frac{s_{ref}}{t_{oref}} = \frac{c_{ref}}{2} \left(1 + \frac{\Delta t_o}{t_{oref}} \right) \approx \frac{c_{ref}}{2} \quad (3.14)$$

La (3.13), pertanto, si basa sull'assunzione che la velocità del suono sia indipendente dalla posizione all'interno del materiale e che sia costante nel tempo. Di fatto le caratteristiche del materiale variano con la temperatura e, se il materiale non presenta un comportamento elastico-lineare, variano anche con lo stato tensionale, ovvero con la pressione applicata. Cosicché, tenendo in conto tale variabilità, la (3.13) dovrebbe porsi nella forma esatta:

$$t_o(t) = 2 \int_0^{s(t)} \frac{dx}{c(x)} \quad (3.15)$$

che, naturalmente, per velocità del suono costante, si riduce alla (3.11). La (3.15) rappresenta un'equazione nella incognita $s(t)$ la cui soluzione necessita della conoscenza della velocità del suono lungo la direzione di propagazione del fascio ultrasonoro.

In letteratura è riportata una legge semplificata di dipendenza della velocità del suono in funzione della pressione e della temperatura⁴³:

$$\frac{c_{ref}}{c} = [1 - k_p (p - p_{ref})][1 + k_T (T - T_{ref})] \quad (3.16)$$

in cui k_p e k_T nel caso più semplice sono delle costanti, ovviamente dipendenti dal materiale, da determinare sperimentalmente.

Di seguito è rappresentato il diagramma in funzione del tempo di t_o e della pressione in camera di combustione in una prova tipica condotta con ossigeno e polietilene (Fig.3.8). I picchi di pressione presenti nelle fasi iniziale ($t \cong 2$ s) e finale ($t \cong 26$ s) sono dovuti, rispettivamente, all'esplosione della cartuccia pirotecnica con cui si innesca la combustione, ed alla pressurizzazione conseguente all'invio dell'azoto in camera per lo spegnimento. È da sottolineare l'andamento crescente del tempo t_o presente sia nella fase di accensione che in quella di spegnimento (evidenziato in Fig.3.8 con dei cerchi). Tale andamento certamente non può corrispondere ad un incremento dello spessore, almeno nella fase di accensione, non spiegabile in alcun modo. Nella fase di spegnimento, invece, si potrebbe ipotizzare che, in conseguenza della decompressione, il materiale aumenti di spessore, ma, per avvalorare tale ipotesi, bisognerebbe valutare la compressibilità del materiale stesso. Evidentemente, dunque, in queste fasi devono essere presenti variazioni della velocità del suono rispetto a quella in condizioni di riferimento^{46,47}, o effetti, comunque indipendenti dalla regressione, che inducono delle variazioni del tempo t_o .

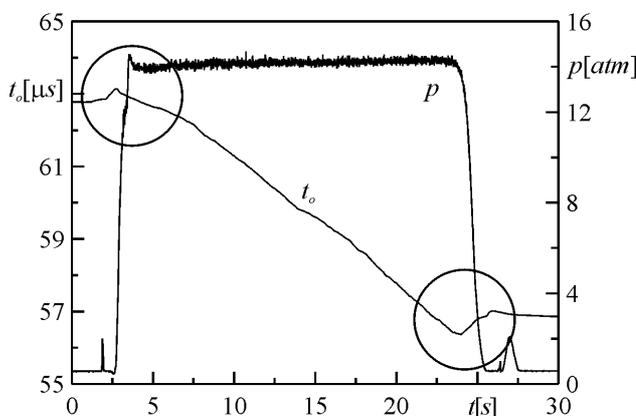


Fig.3.8– Andamento temporale di t_o e della pressione in camera di combustione (polietilene)

L'utilizzo della (3.14) in luogo della (3.13) per la misura istantanea dello spessore comporta, perciò, un certo errore e :

$$e = \left| 1 - \frac{s_0}{s} \right| \quad (3.17)$$

in cui si è definito come s_0 lo spessore misurato utilizzando la (3.13), cioè considerando la velocità del suono costante. Nei paragrafi successivi si analizzerà l'entità di tale errore discernendo tra il contributo connesso alla variazione della velocità del suono indotta dal campo di temperature che si stabilisce nel grano per effetto della combustione e quello eventualmente indotto dalla compressione del mezzo. Ci si riferirà a queste due cause separatamente, ricorrendo ad una sorta di "principio di sovrapposizione degli effetti" e postulando che l'errore complessivo possa ritenersi somma dei singoli errori prodotti indipendentemente da ciascuna causa:

$$e = e_T + e_p \quad (3.18)$$

dove e_T ed e_p sono, rispettivamente, gli errori legati all'effetto della temperatura ed all'effetto della pressione sulla misura ad ultrasuoni della velocità di regressione:

III.4.1 L'effetto della temperatura

Nel grano di combustibile, la cui superficie interna è esposta alla combustione, si genera un certo profilo termico. La disuniformità della temperatura comporta una corrispondente variazione della velocità del suono; precisamente l'innalzamento della temperatura induce una diminuzione della velocità del suono, la quale, a parità di spessore, provoca un incremento del tempo di propagazione. Per valutare l'errore commesso nella misura ad ultrasuoni ritenendo la velocità del suono costante, ovvero utilizzando la (3.11), è necessario conoscere la dipendenza della velocità del suono dalla temperatura stessa. A questo scopo sono state condotte misure ultrasonore di velocità del suono per diversi valori della temperatura in provini di polietilene di diversa lunghezza.

I provini cilindrici, di lunghezza 40 e 70 *mm* e di diametro 36 *mm*, sono stati inseriti in cilindri cavi di alluminio costruiti in modo da garantire il contatto a pressione delle sonde ad ultrasuoni. Entrambe le sonde usate sono da 0.75 *in* e 1 *MHz*, e le unità emittenti-riceventi sono le 5072PR della Panametrics, connesse opportunamente per generare un unico segnale di trigger. Le prove sono state effettuate immergendo i provini in un bagno termostatico

HAAKE, con il quale si sono raggiunte temperature fino a quella di rammollimento del polietilene ($\sim 135\text{ }^{\circ}\text{C}$). Per temperature inferiori ai $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ si è utilizzata acqua, mentre per temperature superiori un olio siliconico ad alta viscosità (100 cStokes). La temperatura è stata misurata con un termometro a mercurio, fin quando possibile ($70\text{ }^{\circ}\text{C}$), e contemporaneamente con due termocoppie di tipo T di diametro pari a $3/16\text{ in}$ immerse nel materiale fino all'asse del provino.

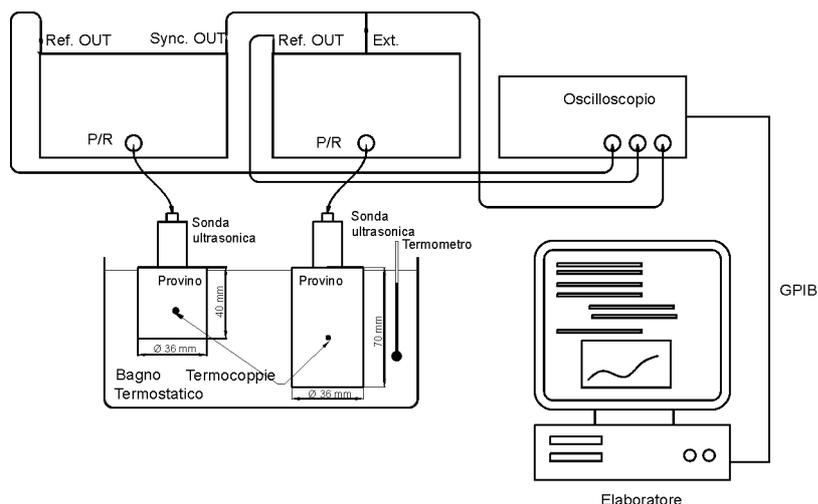


Fig.3.9– Schema dell'apparato sperimentale per le misure della velocità del suono in funzione della temperatura (polietilene)

L'acquisizione dei tempi di propagazione e delle temperature è stata realizzata, rispettivamente, mediante un oscilloscopio interfacciato col calcolatore attraverso una porta GPIB e con una scheda di acquisizione dati. Il software di acquisizione, sviluppato in Labview, consente di misurare i due tempi e le due temperature alla frequenza di 10 Hz , farne una media su un certo numero di campioni e salvare i dati su un file.

Le misure sono state eseguite a partire da $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ fino a $125\text{ }^{\circ}\text{C}$ con un intervallo di $10\text{ }^{\circ}\text{C}$; il risultato è rappresentato nel diagramma di Fig.3.10 in termini del rapporto c/c_{ref} tra la velocità del suono alla temperatura T e quella alla temperatura di riferimento $T_{ref} = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Nello stesso diagramma sono tracciate le barre dell'errore calcolato tenendo conto anche della dilatazione termica dei provini riscaldati. Per la stima dell'errore si è fatto ricorso alla seguente espressione:

$$dc = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial s_1}\right)^2 ds_1^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial s_2}\right)^2 ds_2^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial t_{o1}}\right)^2 dt_{o1}^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial t_{o2}}\right)^2 dt_{o2}^2} \quad (3.19)$$

in cui s_1 ed s_2 sono da considerarsi funzioni lineari della temperatura con \mathbf{a}_T coefficiente di dilatazione termica del polietilene ($\mathbf{a}_T = 13 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$):

$$s_i = s_{ref_i} [1 + \mathbf{a}_T (T - T_{ref})]; \quad i = 1, 2$$

quindi per le incertezze sugli spessori si è assunta la relazione:

$$d s_i^2 = (s_{ref_i} \mathbf{a}_T)^2 d T^2 + [1 + \mathbf{a}_T (T - T_{ref})]^2 d s_{ref_i}^2$$

in cui si è posto $d T = 0.5 \text{ }^\circ\text{C}$ e per $d s_{ref_i}$ si è assunta la deviazione standard su dieci misure; per i $d t_{o i}$, per ragioni di conservazione, si sono assunte le differenze tra il valore massimo e quello minimo contenuti nell'intervallo di ampiezza pari al doppio della deviazione standard. In base a questi dati, l'errore percentuale massimo commesso è risultato minore del 10%.

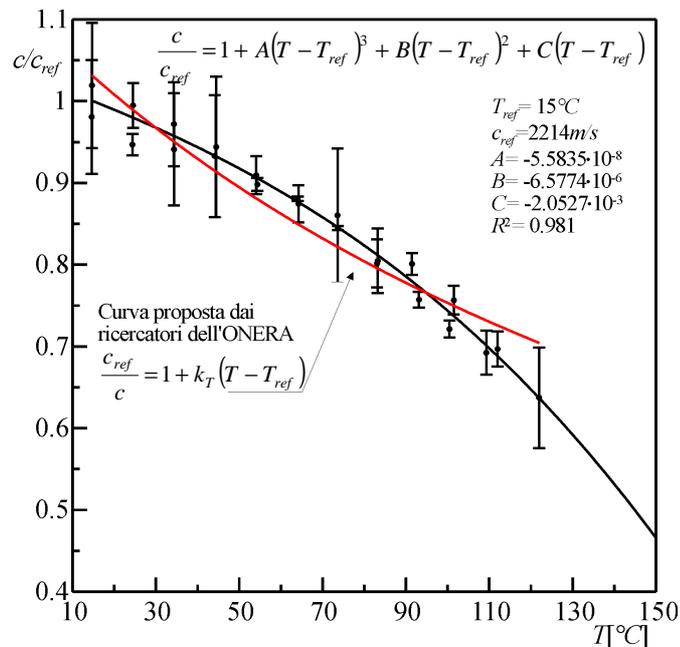


Fig.3.10– Velocità del suono in funzione della temperatura (polietilene)

Dalla Fig.3.10 si nota che, passando da 15 a 125 °C, la velocità del suono diminuisce di circa il 40%; i dati sono interpolati con sufficiente accuratezza (maggiore di quella sperimentale) da una serie di potenze del terzo grado, come dimostra il valore del coefficiente di correlazione $R^2 = 0.981$. Inoltre è possibile osservare che la curva proposta dai ricercatori dell'ONERA, nelle presenti condizioni sperimentali, si rivela poco approssimata.

Per quanto riguarda il profilo termico nello spessore del grano di combustibile si è scelto un andamento esponenziale del tipo^{48,49}:

$$\frac{T(x) - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} = \exp\left(-\frac{\dot{r}}{a} x\right) \quad (3.20)$$

in cui x è la distanza dalla superficie interna del grano ($x = 0$), T_w è la temperatura della superficie interna, T_{∞} la temperatura della superficie esterna ($x \rightarrow \infty$) ed a la diffusività termica del materiale ($a = 0.23 \text{ mm}^2/\text{s}$). La (3.20) rappresenta la soluzione dell'equazione del calore in regime stazionario per una lastra semi-infinita la cui superficie regredisce con velocità costante \dot{r} , dunque il profilo termico da essa espresso fornisce soltanto un'approssimazione di quello reale. In riferimento alla temperatura T_w , si è posto $T_w = 150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ che, in realtà, è un valore abbastanza più basso delle reali temperature di parete ($\sim 650 \text{ K}$) poiché, al di sopra di tale valore, l'estrapolazione dai dati sperimentali sarebbe infondata. Nonostante ciò, a supporto di tale scelta, è possibile addurre le seguenti motivazioni. Se la velocità di regressione è sufficientemente bassa, si genera uno strato superficiale in cui il materiale rammollisce. La temperatura di rammollimento è all'incirca $135 \text{ }^{\circ}\text{C}$, ed in questo caso la riflessione dell'onda sonora avverrebbe all'interfaccia tra solido e liquido. Nel caso in cui la velocità di regressione è elevata, invece, alla parete la temperatura è prossima a quella di vaporizzazione poiché il materiale abla non attraversando la fase liquida. In questo caso è certamente errato supporre una temperatura di $150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ma la (3.20), al crescere della \dot{r} , prevede un gradiente di temperatura crescente ed una zona dello spessore interessata da tale variazione sempre più piccola (Fig.3.11). Cospicché, in tale circostanza, anche la variazione della velocità del suono sarà confinata in una regione dello spessore molto limitata e l'errore di misura risulterà praticamente nullo ed indipendente dalla temperatura di parete.

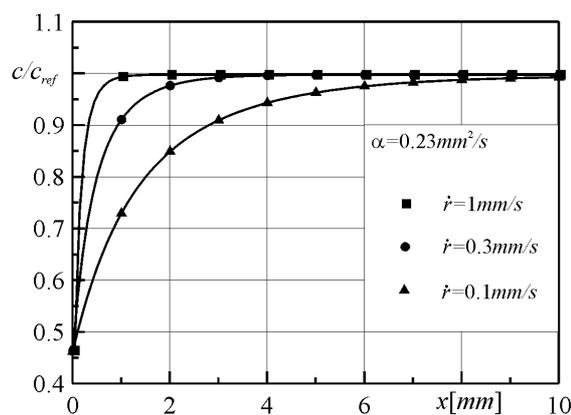


Fig.3.11– Andamento della velocità del suono in funzione della distanza dalla superficie (polietilene)

Stabilito il profilo di velocità del suono all'interno del materiale, la (3.15) può esprimersi nella seguente forma che costituisce una relazione diretta tra s ed s_0 ^{50,51}:

$$s_0 = \int_0^s \frac{c_{ref}}{c(x)} dx \quad (3.21)$$

Risolvendo numericamente la (3.21) nell'incognita s per diversi valori della velocità di regressione, si sono ottenuti i risultati rappresentati in Fig.3.12. L'errore di misura è espresso in funzione della velocità di regressione, a parità di spessore, ed in funzione dello spessore per una data velocità di regressione. Come ci si aspettava, tale errore diminuisce all'aumentare dello spessore e della velocità di regressione; in scala bilogarithmica l'andamento dell'errore è lineare con pendenza pressappoco indipendente dallo spessore, fissata la velocità di regressione, e dalla velocità di regressione, fissato lo spessore. Si è cercata, perciò, una funzione prodotto di due potenze che interpolasse i dati numerici, in modo da ottenere una espressione esplicita dell'errore di misura. Minimizzando lo scarto quadratico medio su 900 punti si è trovata la seguente funzione (che interpola i dati con uno scostamento massimo del 7.8%) in cui i valori del coefficiente e degli esponenti sono validi esprimendo lo spessore in mm e la velocità di regressione in mm/s :

$$e_T(s, \dot{r}) = 0.136 s^{-1.049} \dot{r}^{-1.046}$$

$$\Delta_{max} = 7.8\%$$

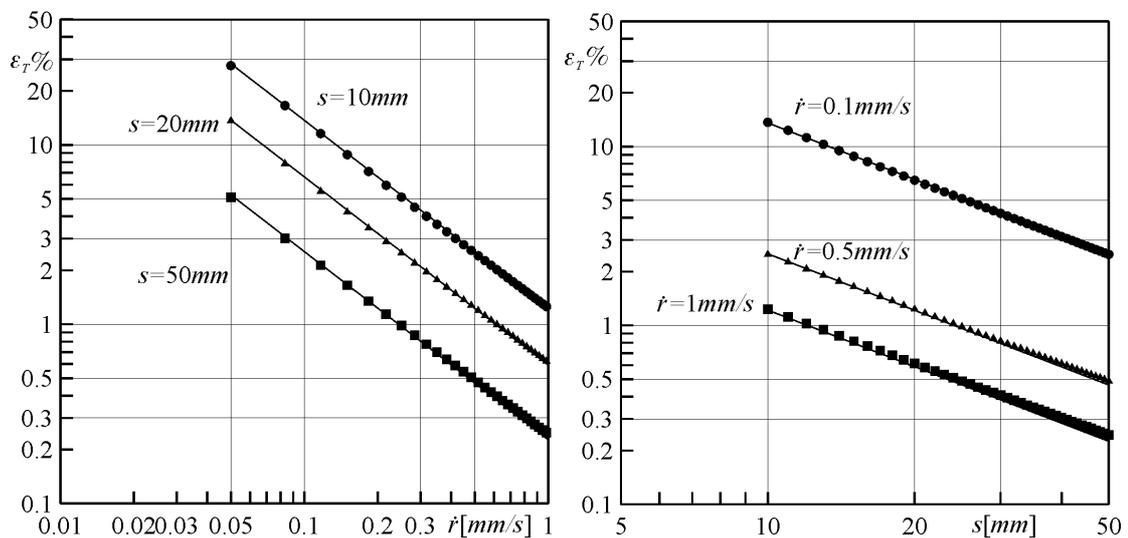


Fig.3.12– Errore di misura dovuto all'effetto della temperatura

In base a tali diagrammi si deduce, in definitiva, che, nelle condizioni di regime, in cui la velocità di regressione è dell'ordine di 0.5 mm/s , e per gli spessori in gioco (al minimo 10 mm), l'errore di misura commesso è del 3%. Tale errore, tuttavia, cresce al diminuire della velocità di regressione e ciò spiega l'andamento crescente di t_o visualizzato in Fig.3.8. Infatti, nella fase di accensione e di spegnimento, laddove la velocità di regressione è,

rispettivamente, molto bassa e diminuisce rapidamente, la zona del materiale interessata dall'innalzamento della temperatura cresce, la velocità del suono, di conseguenza, diminuisce ed, a parità di spessore, il tempo t_o cresce.

III.4.2 L'effetto della pressione

Si è visto che la velocità del suono dipende dalle caratteristiche elastiche del materiale. Se il materiale sollecitato, nel campo delle tensioni applicate, non ha comportamento elastico, le proprietà variano e di conseguenza possono generarsi significative variazioni della velocità del suono⁵².

Per analizzare l'effetto della pressione sulla misura della velocità di regressione⁵⁰ si consideri la (3.4); differenziando entrambi i membri di tale relazione e ritenendo costante il modulo di Poisson si ha:

$$\frac{dc}{c_{ref}} = \frac{1}{2} \left(\frac{dE}{E_{ref}} - \frac{d\nu}{\nu_{ref}} \right) \quad (3.22)$$

in cui, come al solito, le grandezze col pedice *ref* si riferiscono alle condizioni prima della prova ovvero, nel caso in esame, a pressione ambiente. Poiché la massa del materiale si deve ritenere costante, è possibile esprimere la variazione della densità in funzione di quella del volume ν :

$$\frac{dc}{c_{ref}} = \frac{1}{2} \left(\frac{dE}{E_{ref}} + \frac{d\nu}{\nu_{ref}} \right) \quad (3.23)$$

la quale definisce la variazione della velocità del suono in funzione della variazione del modulo di Young locale (inteso, cioè, come pendenza della caratteristica di sollecitazione $\mathbf{s}-\mathbf{e}$) e della compressibilità del mezzo.

Differenziando la (3.11) e considerando che possano essere presenti variazioni di t_o conseguenti ad una effettiva diminuzione dello spessore dovuta alla compressibilità, l'errore di misura può porsi nella seguente forma:

$$\mathbf{e}_p = \frac{ds}{s_0} = \frac{dc}{c_{ref}} + \frac{dt_o}{t_o} \quad (3.24)$$

Sicché, al fine di quantificare tale errore, si devono valutare la variazione di E e quella del volume, essendo, per definizione, la variazione del tempo t_o nella (3.24) dovuta alla

variazione fisica di spessore. È necessario, allora, calcolare la distribuzione dello stato tensionale all'interno dello spessore del combustibile. Questo rappresenta il classico problema, cosiddetto di Lamè, che consiste nella determinazione degli spostamenti di un cilindro a pareti spesse⁵³.

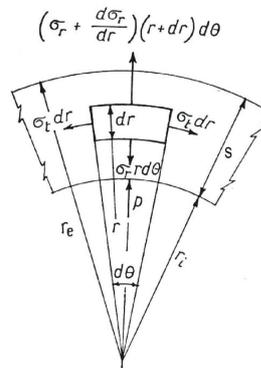


Fig.3.13– Definizione del campo tensionale nel grano di combustibile

Il grano di combustibile è un cilindro cavo allungato la cui superficie esterna è vincolata all'interno della camera di combustione, per cui, trascurando gli effetti di bordo, è possibile assumere che lo stress sia contenuto nel piano ortogonale all'asse di simmetria (Fig.3.13), che dipenda soltanto dalla coordinata radiale r e che lo spostamento dei punti della superficie esterna sia nullo. In queste ipotesi, per l'equilibrio, sussiste la seguente equazione differenziale nella funzione incognita $w = w(r)$ rappresentante lo spostamento radiale dei punti del mezzo:

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{w}{r^2} = 0$$

la cui soluzione è:

$$w(r) = c_1 r + c_2 \frac{1}{r} \tag{3.25}$$

e le costanti c_1 e c_2 si devono determinare in base alle condizioni al contorno seguenti, secondo cui lo spostamento sulla superficie esterna è nullo e la tensione sulla superficie interna \mathbf{s}_r è uguale all'opposto della pressione:

$$\begin{cases} w = 0 & r = r_e \\ \mathbf{s}_r = \frac{E}{1-\mathbf{n}^2} \left(\frac{dw}{dr} + \mathbf{n} \frac{w}{r} \right) = -p & r = r_i \end{cases}$$

Noti i valori delle costanti, si ricavano le espressioni della sollecitazione radiale, dello spostamento dei punti della superficie interna w_{ri} (che coincide con la variazione di spessore) e del fattore di compressibilità $K = dp/(d\psi/\psi)$:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= -p \frac{(1+n) + (1-n) \left(\frac{r_e}{r}\right)^2}{(1+n) + (1-n) \left(\frac{r_e}{r_i}\right)^2} \\
 w_{ri} &= r_i \frac{p}{E} \frac{(1-n^2) \left[\left(\frac{r_e}{r_i}\right)^2 - 1 \right]}{(1+n) + (1-n) \left(\frac{r_e}{r_i}\right)^2} \\
 K &= -\frac{E}{2(1-n^2)} \left[(1+n) + (1-n) \left(\frac{r_e}{r_i}\right)^2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

Dalla prima delle (3.26) si deduce che la tensione è funzione decrescente del raggio, che la massima sollecitazione, quindi, si verifica in corrispondenza della superficie interna ed è uguale alla pressione in camera di combustione (Fig.3.14).

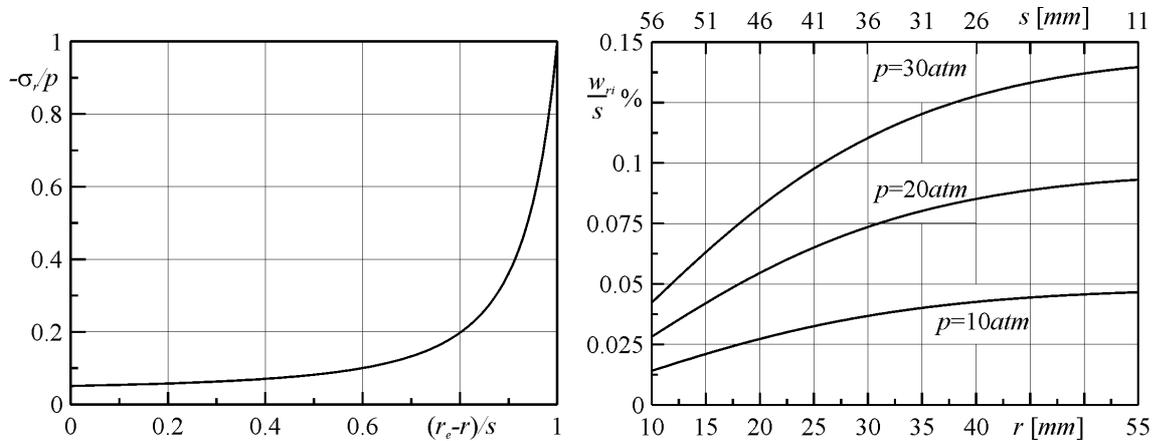


Fig.3.14– Andamento della tensione e dello spostamento dei punti della superficie interna del combustibile in funzione del raggio

Resta ora da stabilire se, nel campo delle sollecitazioni dato, il modulo di Young è costante, ovvero se la tensione è compresa nel tratto lineare della caratteristica di sollecitazione. A tal fine sono state condotte delle prove di trazione su provini di polietilene a forma di osso di cane le cui dimensioni sono rappresentate in Fig.3.15. È stata fatta l'ipotesi che, per valori della sollecitazione non troppo elevati, il comportamento del materiale a

trazione e a compressione fosse lo stesso, a condizione di verificarne l'applicabilità in base alla posizione della sollecitazione sulla caratteristica.

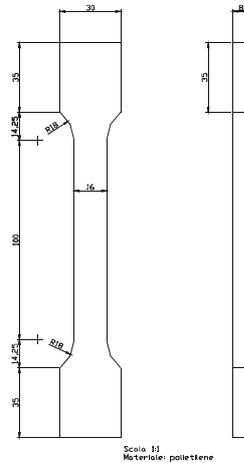


Fig.3.15– Provini di polietilene per le prove di trazione

Le prove⁵⁴ sono state effettuate mediante una macchina dotata di una traversa mobile che si sposta a velocità costante selezionabile; nel caso in questione si è scelta una velocità di 3 mm/min . La macchina consente di misurare, con frequenza scelta dall'operatore, il carico applicato, F , e la corrispondente elongazione del provino, ΔL , rispettivamente mediante una cella di carico ed un estensometro fissato alla superficie del provino. La tensione e la deformazione, \mathbf{s} , sono state calcolate in base alle formule classiche⁵⁵:

$$\mathbf{s} = F / A; \quad \mathbf{e} = \Delta L / L_0$$

dove A è l'area della sezione trasversale effettiva del provino, che è stata sostituita con la media tra l'area iniziale e quella finale (essendo la variazione percentuale massima pari al 5.5%), ed L_0 è la lunghezza a riposo del provino. Il risultato su cinque prove è riportato in Fig.3.16 in cui è evidenziato il tratto lineare della curva $\mathbf{s}-\mathbf{e}$ ed il valore del modulo di Young misurato. Dall'analisi della figura si deduce che per la massima pressione in camera ($\sim 30 \text{ atm}$) la tensione è ampiamente contenuta nel tratto lineare, ragion per cui è possibile ritenere che il modulo di Young sia costante e che la variazione della velocità del suono sia solo funzione della compressibilità del mezzo:

$$\frac{dc}{c_{ref}} = \frac{dp}{2K} \tag{3.27}$$

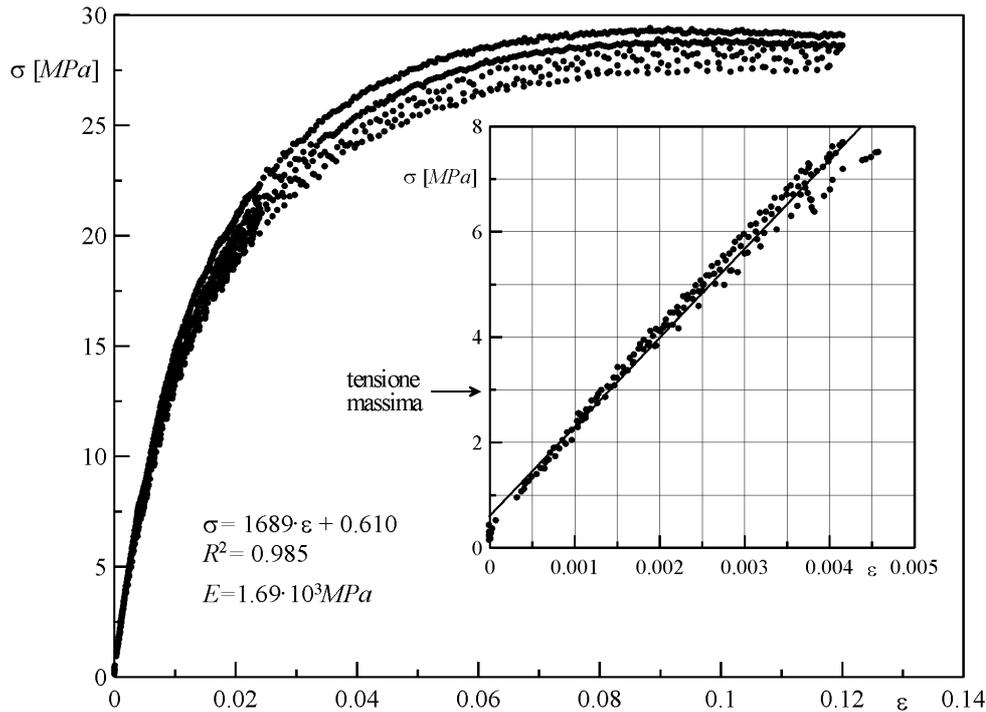


Fig.3.16– Curva s-e per il polietilene

Dalla misura del modulo di Young e della velocità del suono, in base alla (3.4), è stato calcolato anche il modulo di Poisson ed è stato possibile tracciare con precisione i diagrammi in Fig.3.14 e Fig.3.17.

ρ [kg/m^3]	967
E [MPa]	$1.69 \cdot 10^3$
c_{ref} [m/s]	2300
ν	0.429
$K (r_e/r_i=8.25)$ [MPa]	$-41 \cdot 10^3$

Tab.3.2– Proprietà meccaniche del polietilene

In definitiva, considerato che lo spostamento dei punti della superficie interna rappresenta proprio la variazione di spessore del grano (essendo nullo lo spostamento dei punti della superficie esterna) la (3.24), in base alle (3.26) e (3.27), consente di calcolare l'errore di misura dovuto all'effetto della pressione:

$$e_p = \left| -\frac{w_{r_i}}{s} + \frac{p - p_{ref}}{2K} \right| = \frac{(1-n^2)}{E \left[(1+n) + (1-n) \left(\frac{r_e}{r_i} \right)^2 \right]} \left[\left(2 + \frac{r_e}{r_i} \right) p - p_{ref} \right] \quad (3.28)$$

Tale espressione è diagrammata in funzione dello spessore in Fig.3.17; si deduce che, come ci si poteva aspettare, l'errore decresce all'aumentare dello spessore e naturalmente al

crescere della pressione. Tuttavia, essendo nelle condizioni operative minore dello 0.3%, è certamente possibile trascurarlo, concludendo che per il polietilene, per le pressioni osservate, non esiste errore nella misura ad ultrasuoni della velocità di regressione⁵⁶.

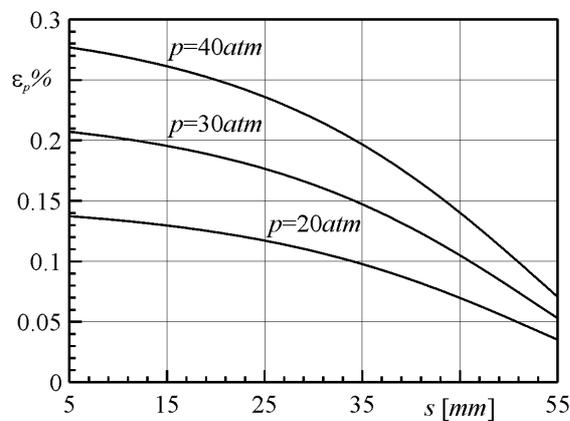


Fig.3.17– Errore di misura dovuto all'effetto della pressione

CAPITOLO IV

Analisi dei Risultati Sperimentali

IV.1 Calcolo della velocità di regressione

Nel capitolo precedente si è stabilito che l'errore commesso utilizzando la tecnica ad ultrasuoni per misurare la velocità di regressione istantanea del combustibile, considerando la velocità del suono costante nel materiale, è trascurabile durante la fase di regime, in altri termini, nel caso in cui la velocità di regressione stessa è dell'ordine di 0.5 mm/s . Di conseguenza si assumerà che le tracce del tempo di propagazione, opportunamente depurate dai rami relativi alla fase di accensione e di spegnimento, corrispondano allo spessore istantaneo del combustibile in una scala appropriata.

Per il calcolo della velocità di regressione a partire dall'andamento temporale dello spessore, è necessario effettuare un'operazione di derivazione nel tempo e, quindi, è indispensabile operare un filtraggio dei dati sperimentali allo scopo di ridurre il rumore. Si è scelto, a tal fine, un filtro gaussiano di espressione, nel dominio della frequenza, data da:

$$F(f) = \exp\left[-\left(\frac{f}{\mathbf{s}}\right)^2\right] \quad (4.1)$$

in cui \mathbf{s} è il parametro che definisce l'ampiezza della gaussiana, ovvero la frequenza di taglio.

Il filtraggio è stato operato ricorrendo al teorema della convoluzione, calcolando la trasformata di Fourier del segnale di spessore, moltiplicandola per la (4.1) ed, infine, calcolando la trasformata inversa del prodotto. Il valore del parametro \mathbf{s} è stato scelto bilanciando da un lato l'esigenza di ottenere una derivata non troppo oscillante (\mathbf{s} piccolo, bassa frequenza di taglio), dall'altro di non distorcere il segnale di partenza (\mathbf{s} grande, grande frequenza di taglio). Di fatto si sono utilizzati valori di $\mathbf{s} = 4\div 7$ fissati in modo che il fattore di correlazione tra il segnale di partenza e quello filtrato fosse almeno tale che $R^2 = 0.99$. La velocità di regressione, dunque, è stata calcolata numericamente mediante una formula centrale.

Mediante la misura della portata di massa dell'ossigeno ed il valore dello spessore, dopo aver preventivamente effettuato una media mobile (con un periodo di 101 punti corrispondente a 1 s) del segnale di portata, è stato, altresì, calcolato il flusso di massa

istantaneo dell'ossigeno nella stessa sezione del grano in cui si misura la velocità di regressione, ipotizzando che il consumo fosse assialsimmetrico:

$$G_{ox}(t) = \frac{\dot{m}_{ox}(t)}{\frac{p}{4}[D_e - 2s(t)]^2} \quad (4.2)$$

in cui D_e è il diametro esterno del grano di combustibile ed s il suo spessore istantaneo.

Il risultato di una tale operazione è, ad esempio, rappresentato in Fig.4.1 per una prova i cui dati sono: diametro interno iniziale $D_0 = 50 \text{ mm}$, portata di ossidante media $\bar{m}_{ox} = 0.173 \text{ kg/s}$, pressione in camera $p = 20.8 \text{ atm}$.

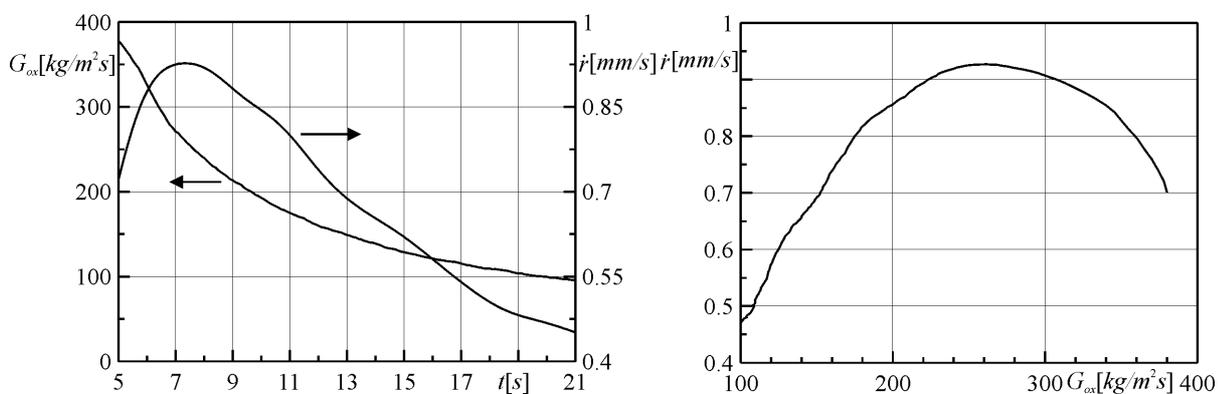


Fig.4.1– Velocità di regressione e flusso di ossidante istantanei

Si noti che la parte del diagramma della velocità di regressione relativa a valori del tempo minori di 5 s è stata tagliata perché influenzata dall'errore di misura dovuto all'effetto della temperatura sulla velocità del suono. Il tratto compreso tra 5 e 8 s (flusso di massa tra 375 e 250 $\text{kg/m}^2\text{s}$) rappresenta la fase instazionaria dell'accensione e corrisponde al tratto decrescente del diagramma a destra in Fig.4.1. Il flusso di massa decresce continuamente nel tempo in seguito all'aumento dell'area della sezione di passaggio ed al fatto che la portata è pressappoco costante.

Le prove sperimentali sono state condotte usando come propellenti ossigeno gassoso e HDPE. I grani di combustibile utilizzati hanno diametro interno iniziale pari a 16, 25, 50 e 75 mm, al fine di realizzare un ampio intervallo di flussi di massa ($18 \div 126 \text{ kg/m}^2\text{s}$ sui valori medi). Tutte le prove sono state effettuate impostando la pressione di alimentazione dell'ossigeno, mentre la pressione in camera (variabile tra 9.5 e 25 atm) si mantiene praticamente costante, grazie al fatto che le dimensioni della gola dell'ugello di scarico non variano.

La velocità di regressione media nel tempo e nello spazio è stata, invece, calcolata misurando la variazione di massa del combustibile ed assumendo un consumo assialsimmetrico. Precisamente, definendo un diametro finale medio della superficie interna del grano \bar{D}_2 , ed indicando con Δt il tempo di regressione, è possibile calcolare la velocità di regressione come variazione media del diametro nel tempo o, equivalentemente, dividendo la portata volumetrica di combustibile media per la superficie media del grano:

$$\bar{r} = \frac{1}{2} \frac{D_0 - \bar{D}_2}{\Delta t} \Leftrightarrow \bar{r} = \frac{\bar{m}_f}{\rho L r_f \bar{D}} \quad (4.3)$$

in cui L è la lunghezza del grano, r_f la sua densità, \bar{D} il diametro interno medio durante la prova ed, infine, \bar{m}_f la portata media di combustibile ovviamente calcolata come segue:

$$\bar{m}_f = \frac{M_0 - M_2}{\Delta t} \quad (4.4)$$

dove M_0 ed M_2 sono, rispettivamente, la massa iniziale e quella finale del combustibile. Il diametro interno medio è stato calcolato come media aritmetica tra quello iniziale e quello finale:

$$\bar{D} = \frac{D_0 + \bar{D}_2}{2} \quad (4.5)$$

in cui il diametro finale medio è valutabile dalla massa finale del combustibile assumendo, come già detto, un consumo assialsimmetrico:

$$M_2 = r_f L \frac{\rho}{4} (D_e^2 - \bar{D}_2^2) \Rightarrow \bar{D}_2 = \sqrt{D_e^2 - \frac{4M_2}{\rho r_f L}} \quad (4.6)$$

Infine il flusso medio di ossidante \bar{G}_{ox} è stato calcolato come rapporto tra la portata media e l'area media della sezione di passaggio durante la prova:

$$\bar{G}_{ox} = 4 \frac{\bar{m}_{ox}}{\rho \bar{D}^2} \quad (4.7)$$

Sono stati effettuati numerosi test anche con HTPB (di cui non si fa nota); appresso si riporta una tabella con le grandezze misurate più interessanti. I dati utilizzati per l'analisi sono relativi a 21 prove; le rimanenti prove sono servite per la messa a punto dell'apparato sperimentale.

N	DATA	P[atm]	M _{tot} [kg/s]	rp[mm/s]	G _{oss} [kg/m ² s]	G _{tot} [kg/m ² s]	M _{ox} [kg/s]	M _{tot} [kg/s]	S[kg]	I _{sp} [s]	c*[m/s]	O/F	D ₀ [mm]	Δt[s]	P _{tot} [atm]	X _{max} [atm]	X _{max} [mm]	F _{msubo} [mm]	X _{max} /D _{msubo}	R _{epmed}	Re _{xmax}	
I	26/01/01	16	0.45	28.58					44.14	221	1632			22.5	29							
II	26/01/01	14	0.446	23.65					40.11	229	1628			23.5	25.7							
III	30/01/01	11.7	0.39	18.35					31	218.7	1681			28	21.5							
I	05/02/01	13	0.436	24.4					35.3	216.6	1624			33	23.35							
II	05/02/01	13.4	0.413	16.9					37.5	216.6	1576			31	24.43							
I	08/01/01	9.34	0.376	18.35					23.1	191.6	1578			47.5	17							
II	08/02/01	19.1	0.548	43.15					54.8	233	1654			35	34.16							
I	15/02/01	15.5	0.469	35.73					40.5	213.6	1655			44	27.1							
1	I 07/12/01	15.631	0.04975	0.690559	99.694818	136.10384	0.136231	0.185983	42.478	228.398	1711.8	2.738	25	24.2	30	280	20.85576557	-----	-----	1.14E+05	-----	
2	II 07/12/01	16.8495	0.06111	0.470643	27.683342	41.211944	0.125051	0.186162	45.072	242.112	1843.468	2.046	50	54.9	29.7	320	37.91915755	4.219503	6.25E+04	-----	2.64E+05	
3	III 07/12/01	17.3068	0.04971	0.578615	63.873068	89.46163	0.12408	0.173788	43.522	250.428	2028.315	2.496	16	58.3	28.4	280	24.86663627	5.6300337	8.90E+04	-----	5.01E+05	
4	I 14/12/01	15.6385	0.048	0.639079	87.135518	119.46242	0.129382	0.177382	43.195	243.515	1795.673	2.695	16	43	28.4	-----	21.74020473	-----	-----	1.04E+05	-----	
5	II 14/12/01	15.4649	0.04501	0.629743	92.429181	125.90183	0.124294	0.169307	42.48	250.905	1891.875	2.761	16	40.3	28.6	260	20.68893174	6.2834359	1.04E+05	-----	6.53E+05	
6	I 24/01/02	25	0.07042	0.724977	84.800402	113.51126	0.208	0.278423	72.75	261.294	1814.206	2.954	25	42.6	43.6	320	27.94201845	5.7261432	1.27E+05	-----	7.28E+05	
7	II 24/01/02	18.9617	0.05534	0.589863	66.599668	90.122612	0.156675	0.212012	53.232	251.08	1805.213	2.831	25	50.4	32.6	-----	27.3645436	-----	-----	9.86E+04	-----	
8	I 25/01/02	22.6906	0.06365	0.512235	47.793202	63.960961	0.188141	0.251786	65.967	261.996	1828.16	2.956	50	40.6	41.3	280	35.39838046	3.9549832	9.06E+04	-----	3.58E+05	
9	II 25/01/02	22.6081	0.07213	0.471093	28.408575	39.78678	0.180083	0.25221	65.436	259.452	1820.643	2.497	75	31.5	41.2	400	44.91972151	4.4523874	7.15E+04	-----	3.18E+05	
10	I 07/05/02	20.2457	0.05863	0.817306	125.99645	167.66543	0.177289	0.235921	56.915	241.248	1747.857	3.024	25	21.2	36.7	320	21.16343942	-----	-----	1.42E+05	-----	
11	II 07/05/02	20.7811	0.06332	0.546311	47.453226	64.847141	0.172755	0.236079	58.536	247.951	1792.876	2.728	50	33.1	38.55	240	34.04144854	3.5251144	8.83E+04	-----	3.11E+05	
12	I 11/07/02	13.7968	0.05928	0.418814	20.309926	31.709947	0.105605	0.164881	27.741	168.248	1690.821	1.782	75	15.2	24.2	320	40.68298903	3.9328477	5.16E+04	-----	2.03E+05	
13	II 11/07/02	10.086	0.03889	0.383312	28.187619	41.923659	0.079812	0.118705	19.414	163.546	1730.571	2.052	50	26.2	20.6	320	30.02138605	5.3295341	5.03E+04	-----	2.68E+05	
14	I 12/07/02	15.5696	0.05666	0.396505	20.945373	31.034747	0.11762	0.174278	32.549	186.763	1816.203	2.076	70.085	36.5	27.6	-----	42.27871653	-----	-----	5.25E+04	-----	
15	II 26/07/02	15.1151	0.05912	0.410874	20.115202	30.690934	0.112452	0.171575	41.877	244.075	1794.308	1.902	75	22.8	26.8	380	42.18396261	4.5040814	5.18E+04	-----	2.33E+05	
16	III 26/07/02	15.475	0.05606	0.387317	19.925457	29.869009	0.112328	0.168384	41.747	247.928	1871.852	2.084	75	25.1	26.9	280	42.36083064	3.5049399	5.06E+04	-----	1.67E+05	
17	I 30/07/02	12.2047	0.04517	0.441297	34.129145	49.747399	0.098696	0.143861	33.582	233.431	1758.373	2.185	50	24.2	23	240	30.33969527	3.9552144	6.04E+04	-----	2.39E+05	
18	II 30/07/02	11.781	0.03771	0.551471	78.066677	107.60091	0.099677	0.137386	32.196	234.949	1740.762	2.643	16	44.1	23.2	300	20.15993274	-----	-----	8.68E+04	-----	
19	I 18/09/02	11.1056	0.03991	0.500944	54.032303	76.849134	0.09451	0.134419	31.277	232.885	1682.747	2.368	25	44.3	21.5	COST	23.59590681	-----	-----	7.25E+04	-----	
20	I 27/09/02	11.9561	0.0467	0.380793	23.004492	24.266163	0.096387	0.143087	34.082	238.051	1701.882	2.064	54	50	23.1	260	36.51981637	3.5597112	4.99E+04	-----	1.78E+05	
21	II 27/09/02	9.57301	0.04311	0.352337	18.773955	29.459214	0.075737	0.118842	26.435	222.437	1640.654	1.757	50	61.5	19.6	200	35.83437575	2.7906165	4.22E+04	-----	1.18E+05	
	La prova è incerta																					
I	26/07/02	13.9618	0.04024	0.608406	151.64377	185.12094	0.182263	0.2225	65.513	294.442	1272.967	4.53	16	38		CRES	19.55971975					

Tab.4.1- Tabella delle prove con ossigeno-polietilene

LEGENDA:

P- pressione in camera; **M_{tot}**- portata di massa del combustibile media; **rp**- velocità di regressione media; **G_{oss}**- flusso medio di ossidante; **M_{ox}**- portata di ossidante media; **M_{tot}**- portata di massa totale media; **S**- spinta; **I_{sp}**- impulso specifico; **c***- velocità caratteristica; **O/F**- rapporto di miscelamento medio; **D₀**- diametro iniziale del grano; **Dt**- tempo di regressione; **P_{homb}**- pressione di alimentazione dell'ossigeno; **X_{max}**- punto di regressione massima; **R_{medio}**- raggio medio nella prova; **Re**- numero di Reynolds

IV.2 Dipendenza della velocità di regressione dal flusso di massa e dalla pressione

Riportando su uno stesso diagramma le curve della velocità di regressione relative a diversi valori della pressione in camera si è ottenuto il grafico nella figura seguente, in cui ciascuna curva rappresenta una singola prova. In generale, dunque, oltre ad essere caratterizzate da pressioni diverse, le curve sono relative a valori differenti del diametro iniziale del grano, della durata, della portata e della pressione di alimentazione dell'ossigeno.

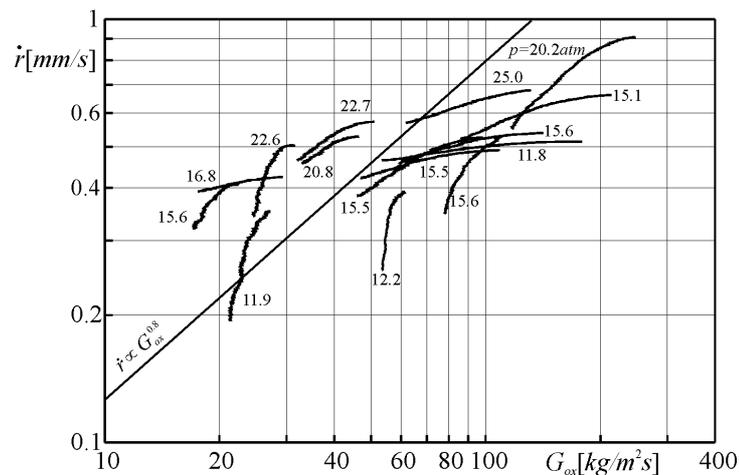


Fig.4.2– Velocità di regressione istantanea in funzione del flusso di ossidante istantaneo e della pressione

Sullo stesso diagramma è riportata la curva avente pendenza (su scala bilogarithmica) pari a 0.8 (valore teorico dell'esponente cui è elevato il flusso di massa nel caso in cui risulti $G \sim G_{ox}$, cfr. eq. (1.49)).

Analizzando le curve in Fig.4.2 appare evidente che, per elevati valori del flusso di massa, mediamente la dipendenza della velocità di regressione dal flusso di massa stesso tende a diminuire (le curve si appiattiscono). Inoltre, a parità di flusso di massa, la velocità di regressione cresce con la pressione. Per di più, in quasi tutti i casi, eccetto quelli relativi a valori del flusso compresi all'incirca tra $40 \div 60 \text{ kg/m}^2\text{s}$, è chiaro il discostamento tra le curve sperimentali e quella teorica, nel senso che, come già affermato, le curve sperimentali mostrano una pendenza minore. Le curve relative ai valori di pressione 11.9, 22.6 e 12.2 atm sono più pendenti e questo comportamento è, probabilmente, da imputare all'instazionarietà delle condizioni relative alle prove in esame. L'aspetto del diagramma esaminato è molto simile a quello delle Fig.1.15 e Fig.1.18 in cui è descritta qualitativamente la dipendenza della velocità di regressione dal flusso di massa e dalla pressione. È possibile dedurre, pertanto, che la variazione della velocità di regressione con la pressione riscontrata nelle presenti

condizioni sperimentali sia attribuibile certamente non all'effetto della radiazione termica, per il quale le curve tenderebbero ad appiattirsi per bassi flussi di massa, dimostrando curvatura opposta, bensì ad un effetto cinetico.

In quest'ottica si è scelto di interpolare i dati sperimentali istantanei con due funzioni derivanti dalla (1.74) e dalla (1.82) che derivano rispettivamente dai modelli di Smoot e Price e di Wooldridge e Marxman¹¹ (cfr. cap. I):

$$\dot{r} = a b \frac{p G_{ox}^n}{a p + b G_{ox}^n} \quad \text{Smoot e Price} \quad (4.8)$$

$$\dot{r} = a G_{ox}^n p^m \quad \text{Wooldridge e Marxman} \quad (4.9)$$

in cui a , b , n ed m sono delle costanti il cui valore è stato determinato minimizzando lo scarto quadratico medio tra i punti sperimentali e quelli espressi dalla corrispondente funzione.

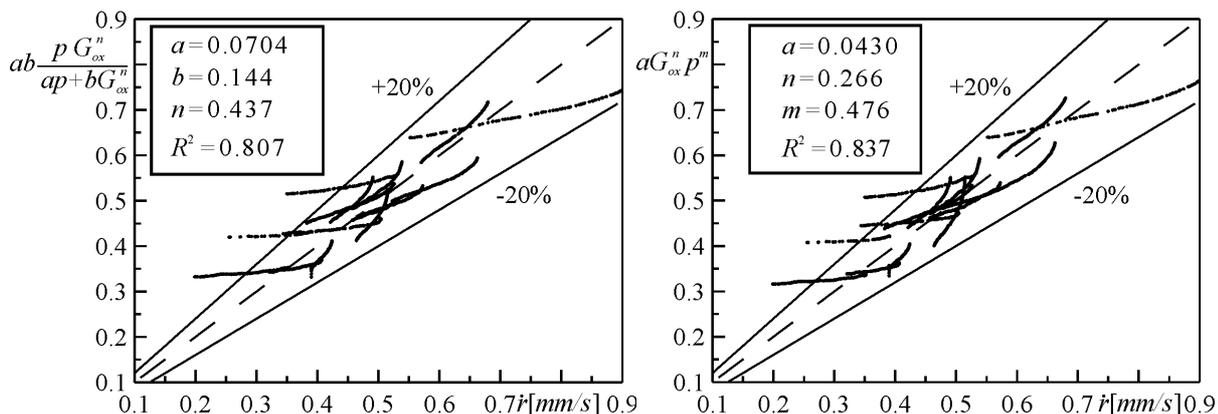


Fig.4.3- Correlazione dei dati sperimentali: a sinistra eq. (4.8), a destra eq. (4.9)

Dalla Fig.4.3 si evince che, se si eccettuano i punti delle tre curve di cui precedentemente si è detto essere probabilmente affette da qualche instazionarietà, i dati sperimentali sono interpolati con uno scarto massimo del 20% indifferentemente con le equazioni derivanti da entrambi modelli. Ciò, di conseguenza, non permette di accertare quale modello meglio descriva il fenomeno.

Per ciò che riguarda i valori dei parametri a , n ed m che compaiono nella (4.9), v'è da osservare che il modello di Wooldridge e Marxman³⁶ prevede che, nel caso in cui la velocità di regressione sia controllata dalla cinetica chimica, risulti $n = 0.4$, $m = 0.5$; rispetto ai valori calcolati, dunque, vi è uno scostamento del 33.5% e del 4.8% rispettivamente. Un valore di n così discosto da quello teorico può attribuirsi, verosimilmente, al fatto che la teoria, di fatto, fa riferimento al flusso di massa totale e non al solo flusso di ossidante e considerando che la differenza tra questi, nelle condizioni sperimentate, varia tra il 25 ed il 36%.

L'analisi è stata eseguita anche sui valori medi della velocità di regressione e del flusso di massa; di seguito se ne discutono i risultati.

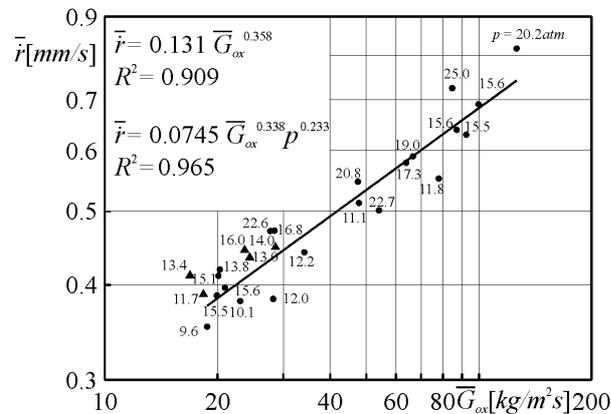


Fig.4.4– Velocità di regressione media in funzione del flusso di ossidante medio e della pressione

In Fig.4.4 è mostrato l'effetto del flusso di ossidante e della pressione sulla velocità di regressione media. I punti identificati dal triangolino rappresentano le prove non numerate in Tab.4.1 e non sono stati utilizzati nella regressione perché incerti. Anche da questo diagramma appare abbastanza evidente l'influenza della pressione: a parità di flusso di ossidante la velocità di regressione tende mediamente a crescere con la pressione in camera. Nello stesso grafico è riportata la curva di best-fit dei dati la cui espressione deriva dalla (4.9) ignorando la dipendenza dalla pressione, il cui valore viene inglobato nella costante a . Si noti che, tenendo conto della variazione della pressione ed interpolando i dati anche in questo caso con la (4.9), il fattore di correlazione passa da $R^2 = 0.909$ a $R^2 = 0.965$ migliorando di circa il 6%, la qual cosa avvalorata la constatazione che nel regime sperimentato la pressione gioca un ruolo non trascurabile sulla velocità di regressione. Gli esponenti n ed m , cui sono elevati, rispettivamente, il flusso di massa e la pressione, variano notevolmente dai dati istantanei a quelli medi. A questo proposito si deve osservare che la velocità di regressione media è affetta dall'incertezza sperimentale derivante soprattutto dalla impossibilità di misurare precisamente il tempo di regressione (errore massimo stimato intorno al 20% se si considera che la rampa di salita e di discesa della pressione nelle fasi di accensione e spegnimento ha ampiezza pressappoco pari a 2 s e che il tempo di prova è almeno 20 s). A questa incertezza, in più, si aggiunge quella sul flusso medio di ossidante che è definito sperimentalmente, in modo indiretto, come rapporto tra la portata media e l'area della sezione media lungo l'asse del grano e nel tempo.

Allo stesso modo, operando, invece, una regressione sui valori medi con la (4.8), si giunge ad un valore dell'esponente del flusso di ossidante $n = 1.75$ che non sembra essere affatto spiegabile.

Lo stesso procedimento si è applicato facendo riferimento al flusso di massa totale ed il risultato è mostrato in Fig.4.5.

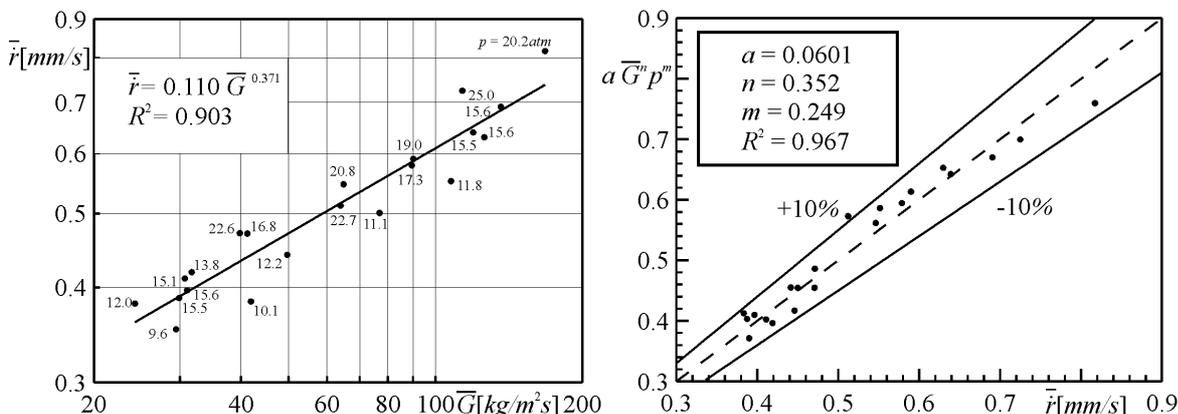


Fig.4.5– Correlazione dei dati sperimentali: eq. (4.9) in cui si è sostituito il flusso di ossidante col flusso di massa totale

I dati sono interpolati praticamente con lo stesso fattore di correlazione (con un scostamento massimo del 10%) ma entrambi gli esponenti risultano leggermente maggiori di quelli ricavati utilizzando il flusso dell'ossidante.

In conclusione, a prescindere dalla discordanza tra i valori degli esponenti riscontrata tra dati istantanei e medi, è possibile affermare che nelle presenti condizioni operative esiste una dipendenza della velocità di regressione dalla pressione dovuta alla cinetica chimica. Questa sembra possa essere meglio descritta dal modello di Wooldridge e Marxman³⁶ piuttosto che da quello di Smoot e Price³⁵, poiché quest'ultimo, utilizzando i valori medi, come visto precedentemente, restituisce un esponente del flusso di massa troppo elevato. Tuttavia pare azzardato dedurre da ciò qualunque conclusione sulle cause di tale dipendenza.

Allo scopo di verificare ulteriormente l'attendibilità del modello di Marxman si è calcolato il rapporto tra la velocità di regressione media misurata sperimentalmente e quella, indicata con \bar{r}_0 , che si realizzerebbe, nelle stesse condizioni, se non ci fosse nessun influenza della pressione, ovvero assumendo una dipendenza dal flusso di massa data dalla (1.49). Tale rapporto dovrebbe essere funzione decrescente del parametro q secondo la relazione (1.78).

Per il calcolo della \bar{r}_0 è stata utilizzata in un primo momento la relazione sviluppata da Marxman (1.68) valida per consumo uniforme e per tempi brevi di regressione: il risultato è stato scartato perché conduceva a valori del rapporto maggiori di uno. Per svincolarsi

dall'ipotesi di consumo uniforme e tener conto della non unidimensionalità del flusso dovuta alla presenza dello strato limite sulle pareti, è stata integrata l'equazione di conservazione della massa per il calcolo dei valori puntuali ed istantanei e poi ne è stata fatta la media temporale e spaziale (per i particolari si veda il paragrafo successivo). Il risultato è riportato in Fig.4.6.

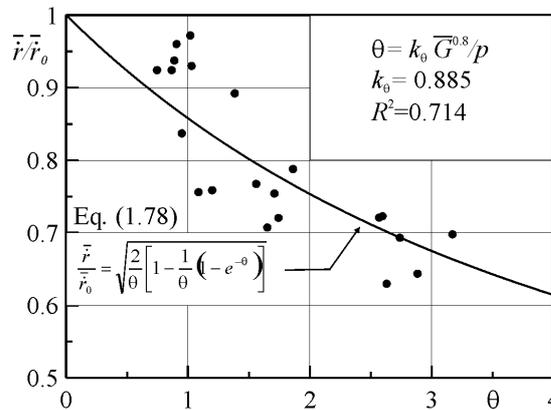


Fig.4.6– Velocità di regressione media in funzione del rapporto caratteristico q

Il parametro q è stato calcolato secondo la (1.80), in cui la costante k_q di proporzionalità è stata determinata minimizzando lo scarto quadratico medio tra i valori sperimentali e quelli della funzione (1.78). Il valore della costante si riferisce al caso in cui la pressione sia espressa in *atm* ed il flusso in kg/m^2s . Dall'indagine del grafico si rileva che, nonostante la dispersione dei dati confermata dal non elevato fattore di correlazione, l'andamento dei punti sperimentali è ben descritto dalla (1.78). Si ricordi, comunque, che la velocità di regressione media è affetta da un'incertezza di circa il 20%, valore ben al di sopra dello scostamento massimo dei punti del diagramma.

IV.3 Balistica interna

Per calcolare valori più affidabili della velocità di regressione media e per analizzarne la distribuzione spaziale e l'andamento temporale è necessario risolvere le equazioni del bilancio. In questa sede si è cercato di semplificare quanto più possibile il modello, in modo da ottenere un'unica equazione, quella di continuità, facilmente integrabile. Si è fatta l'ipotesi che il moto fosse unidimensionale per cui, facendo riferimento allo schema di Fig.4.7, si ha:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{r} \frac{\mathbf{p} D^2}{4} dx \right) = \dot{m}(x) + \mathbf{r}_f \mathbf{p} D \dot{r} dx - \dot{m}(x + dx)$$

dalla quale immediatamente si ricava l'equazione seguente:

$$\frac{\partial}{\partial x}(GD^2) = 4r_f D \dot{r} \left(1 - \frac{r}{r_f} \right) - D^2 \frac{\partial r}{\partial t} \quad (4.10)$$

in cui r è la densità media dei gas e, naturalmente, r_f è quella del combustibile.

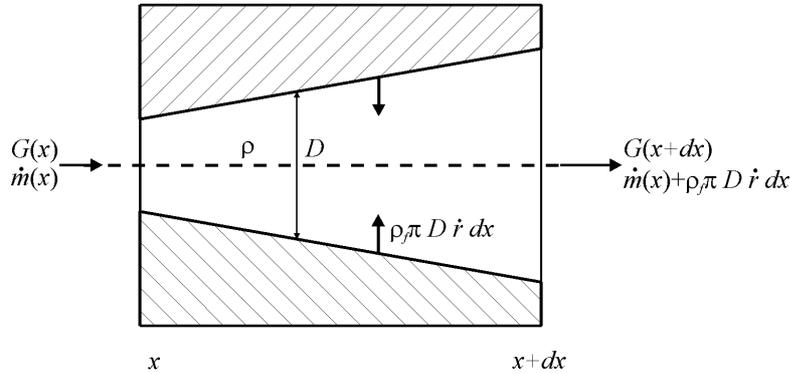


Fig.4.7– Tronco di grano cilindrico per l'applicazione dell'equazione di continuità

La (4.10), nell'ipotesi secondo cui la derivata temporale della densità sia proporzionale alla derivata della pressione in camera, giacché la pressione nelle condizioni date è costante nel tempo e la densità del gas è molto minore di quella del combustibile, si semplifica notevolmente:

$$\frac{r}{r_f} \ll 1; \quad \frac{\partial r}{\partial t} \propto \frac{\partial p}{\partial t} \cong 0 \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial x}(GD^2) = 4r_f D \dot{r} \quad (4.11)$$

quest'ultima, inoltre, nell'ulteriore ipotesi di diametro uniforme, si riduce alla (1.63). Integrando tale equazione, all'istante t , tra 0 e la generica ascissa x sull'asse del grano si ha:

$$G(x,t) = \frac{4}{p} \frac{\dot{m}_{ox}(t)}{D_{eff}^2(x,t)} + \frac{4r_f}{D_{eff}^2(x,t)} \int_0^x D(x,t) \dot{r}(x,t) dx \quad (4.12)$$

in cui è stato indicato con D_{eff} il diametro effettivo della sezione ottenuto tenendo conto dello spessore di spostamento dello strato limite d^* :

$$D_{eff} = D - 2d^* \quad (4.13)$$

$$d^* = \frac{9 + 8B}{36(2 + B)} d$$

la seconda delle quali si ricava assumendo il profilo di velocità espresso dalla (1.21) e risolvendo l'integrale:

$$\mathbf{d}^* = \mathbf{d} \int_0^1 (1-f) dh$$

dove \mathbf{d} è lo spessore dello strato limite dato dalla (1.40) che si ripropone di seguito opportunamente modificata per moto in un condotto:

$$\frac{\mathbf{d}}{x} = \left[\frac{0.0281}{I(B)} (1+B) \frac{\ln(1+B)}{B} \right]^{0.8} Re_x^{-0.2} \quad 0 \leq x \leq X_m$$

$$\mathbf{d} = \frac{D}{2} \quad X_m < x \leq L$$
(4.14)

in cui X_m rappresenta la lunghezza di ingresso fluidodinamica, ossia l'ascissa in corrispondenza della quale lo strato limite sulle pareti occupa l'intera sezione.

A queste equazioni si deve, infine, aggiungere il modello di velocità di regressione e la definizione stessa della velocità di regressione, necessaria per avanzare nel tempo:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = 2\dot{r}$$
(4.15)

È stato scelto il modello di Marxman la cui espressione è fornita dalle (1.32) ed (1.41):

$$\mathbf{r}_f \dot{r}(x,t) = 0.03 G^{0.8} \left(\frac{x}{m} \right)^{-0.2} B \left[\frac{\ln(1+B)}{B} \right]^{0.8} \left[\frac{1+13B/10+4B^2/11}{(1+B)(1+B/2)^2} \right]^{0.2}$$
(4.16)

A tal proposito si deve osservare quanto riportato da Wooldridge e Muzzy⁵⁷. Il flusso di massa G che figura nella (4.16), per quanto previsto dal modello, è quello al bordo esterno dello strato limite che, nel caso in esame di moto in un condotto, corrisponde al flusso di massa sull'asse del condotto stesso. Inoltre in questo caso, anziché usare il numero di Reynolds basato sull'ascissa x , si dovrebbe usare quello basato sul diametro della sezione D . Tuttavia queste incongruenze si riducono riferendosi convenientemente al flusso medio nella sezione in base al quale, appunto, è stata ricavata la (4.12). Infatti, nella regione di ingresso, prima che il moto sia completamente sviluppato, il campo fluidodinamico è simile a quello su una lastra piana e la velocità media è pressoché uguale a quella massima, mentre a valle della lunghezza di ingresso, dove il moto è completamente sviluppato, l'utilizzo del flusso medio, in qualche modo, annulla l'errore causato dall'utilizzo di Re_x in luogo di Re_D .

Si ha, dunque, un sistema di 6 equazioni, le (4.12), 2×(4.13), (4.14), (4.15) e (4.16), nelle 7 incognite G , D , \dot{r} , B , D_{eff} , \mathbf{d}^* , \mathbf{d} . Per chiudere il problema è, perciò, necessario includere un'equazione che consenta il calcolo del fattore di blowing B (cfr. eq. (1.46)):

$$B = \frac{\Delta h}{h_v} \frac{u_e}{u_c} = \frac{1 + (O/F + 1)\Delta h / h_v}{O/F} \tag{4.17}$$

nella quale compare il rapporto di miscelamento O/F , funzione sia di x che di t , e la differenza di entalpia tra la fiamma e la parete Δh (che è funzione anch'essa di O/F). Poiché non è affatto semplice valutare l'effettivo rapporto di miscelamento in funzione della posizione x , si è stabilito di considerare O/F dipendente soltanto dal tempo, riferendosi, così, ad un valore medio lungo l'asse, calcolato come rapporto tra la portata di ossidante e la portata di combustibile. Per il calcolo della differenza di entalpia si è utilizzato il codice CEA della NASA⁵⁸ ritenendo che il gas alla parete fosse interamente composto dal monomero del combustibile etilene alla temperatura di 700 K ed alla pressione di 17 atm (valore medio sulle prove); il valore del calore di vaporizzazione h_v è stato assunto uguale a 0.844 kcal/mole⁵⁹.

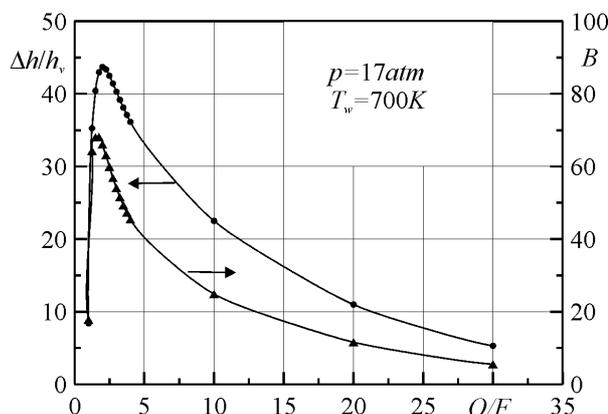


Fig.4.8– Differenza di entalpia e fattore di blowing in funzione del rapporto di miscelamento

Integrando al passo il sistema di equazioni dato, dunque, è stato possibile, tra l'altro, calcolare i valori medi della velocità di regressione che sono risultati in tutti i casi maggiori di quelli previsti dalla (1.68) con una differenza massima del 35% (Fig.4.9).

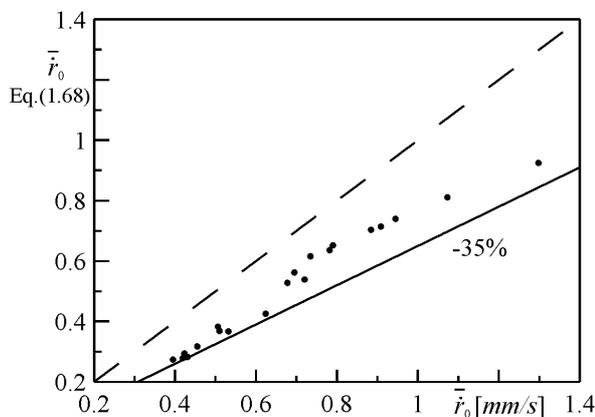


Fig.4.9– Confronto tra la velocità di regressione calcolata con la (1.68) e quella calcolata integrando l'eq. di continuità

Il motivo principale per cui la velocità di regressione calcolata in questo modo risulta maggiore di quella valutata utilizzando la (1.68) risiede sicuramente nel fatto che, essendo il diametro effettivo minore del diametro geometrico della sezione, il flusso di massa è maggiore e lo è, di conseguenza, la velocità di regressione. Nella tabella di seguito si riportano i valori medi calcolati di alcune grandezze di interesse.

DATA	\bar{v}_0 [mm/s]	\bar{G}_0 [kg/m ² s]	$\bar{G}_{0,ox}$ [kg/m ² s]	\bar{D} [mm]	O/F	B
1_07_12_01	1.07	142.83	52.11	57.53	1.53	63.12
2_07_12_01	0.51	49.62	22.78	83.61	1.94	66.06
3_07_12_01	0.73	99.96	29.21	73.56	1.80	63.32
1_14_12_01	0.88	125.48	37.34	66.44	1.69	63.08
2_14_12_01	0.91	131.16	38.24	64.80	1.65	63.18
1_24_01_02	0.94	119.37	43.20	79.08	2.13	62.78
2_24_01_02	0.78	94.37	33.06	77.43	1.94	64.05
1_25_01_02	0.68	73.58	34.69	83.60	2.16	64.04
2_25_01_02	0.51	49.12	26.55	92.92	2.33	62.50
1_07_05_02	1.30	170.92	63.00	60.26	1.66	64.86
2_07_05_02	0.72	75.71	35.82	78.51	1.99	65.75
1_11_07_02	0.43	39.32	20.08	81.86	1.77	67.95
2_11_07_02	0.53	51.75	23.59	65.66	1.43	66.67
1_12_07_02	0.42	38.58	19.81	87.27	1.99	66.29
2_26_07_02	0.43	38.11	19.62	85.43	1.86	67.50
3_26_07_02	0.42	37.25	19.13	86.38	1.87	67.43
1_30_07_02	0.62	61.73	28.34	67.22	1.52	67.53
2_30_07_02	0.79	113.78	32.78	61.68	1.54	61.28
1_18_09_02	0.69	83.98	29.69	63.68	1.55	62.58
1_27_09_02	0.45	40.97	18.87	80.68	1.71	67.59
2_27_09_02	0.39	35.35	15.55	78.78	1.57	66.83

Tab.4.2– Valori medi di alcuni parametri calcolati integrando l'equazione di continuità

Infine, riportando la velocità di regressione media \bar{v}_0 in funzione del flusso di massa medio \bar{G}_0 risultante dall'applicazione del procedimento discusso, si evince che la dipendenza di questa dal flusso non è espressa da una potenza di esponente 0.8, bensì, statisticamente, da una potenza di esponente più basso circa uguale a 0.66.

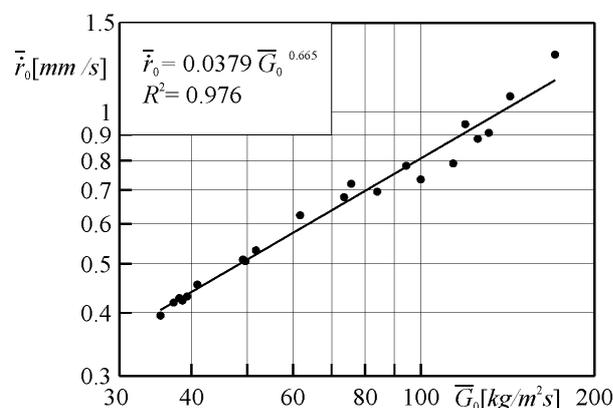


Fig.4.10– Velocità di regressione media in funzione del flusso di massa calcolati per integrazione

In base a tale osservazione, quindi, si deve porre attenzione, quando si vanno a riportare i valori medi, a quale esponente della legge di regressione si debba far riferimento.

IV.3.1 Un metodo innovativo per la correlazione dei dati sperimentali istantanei

Risolvendo il sistema di equazioni di cui sopra, si ha a disposizione l'andamento spaziale e temporale del diametro interno del grano e, quindi, dello spessore, della velocità di regressione e del flusso di massa. In particolare, è possibile confrontare il profilo nel tempo dello spessore calcolato nella sezione in cui si effettua la misura ad ultrasuoni con quello misurato. In generale, naturalmente, tali andamenti sono diversi a causa della riscontrata dipendenza della velocità di regressione dalla pressione. Allo scopo di determinare come varia la dipendenza dal flusso di massa al variare della pressione, si è pensato di assumere per la velocità di regressione una funzione del tipo:

$$r_f \dot{r}(x,t) = k G^a x^b B \left[\frac{\ln(1+B)}{B} \right]^{0.8} \left[\frac{1+13B/10+4B^2/11}{(1+B)(1+B/2)^2} \right]^{0.2} \quad (4.18)$$

derivante dalla (4.16) introducendo la costante di proporzionalità k e sostituendo gli esponenti del flusso e della x con i valori \mathbf{a} e \mathbf{b} , a priori incogniti, da determinare nel modo di seguito esposto.

Le costanti k , \mathbf{a} , \mathbf{b} relative ad una singola prova, ovvero ad un fissato valore della pressione e del parametro \mathbf{q} , si possono individuare imponendo che lo scarto quadratico medio sugli N punti di misura, $Scqm$, tra lo spessore misurato, s_m , e quello calcolato nel punto di misura x_0 sia minimo:

$$\min Scqm(k, \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [s(x_0, t_i) - s_{mi}]^2}{N D_0^2}} \quad (4.19)$$

$$k > 0; \mathbf{a} > 0$$

imponendo i seguenti vincoli che garantiscono, rispettivamente, il fatto che il diametro interno del grano alla fine della prova ($t = \Delta t$) sia al più uguale a quello esterno, ed una differenza massima del 5% tra la perdita di massa del combustibile misurata e quella calcolata:

$$D(x, \Delta t) \leq D_e$$

$$\left| \frac{\int_0^{\Delta t} \dot{m}_f dt}{M_0 - M_2} - 1 \right| \leq 0.05 \quad (4.20)$$

l'ultima delle quali, in pratica, assicura che la velocità di regressione media misurata sia uguale a quella calcolata. Ad ogni passo di ricerca del minimo è, dunque, necessario integrare il sistema di equazioni dato, il che appesantisce notevolmente la procedura in termini di tempi di calcolo.

Il problema è stato affrontato sviluppando un codice di calcolo in FORTRAN basato sul metodo di Schittkowski⁶⁰. Il risultato ottenuto per una delle prove è rappresentato in Fig.4.11. A tal proposito si vuole far notare che l'andamento delle grandezze è simile in tutte le prove, per cui si è deciso di analizzarne in dettaglio solo una.

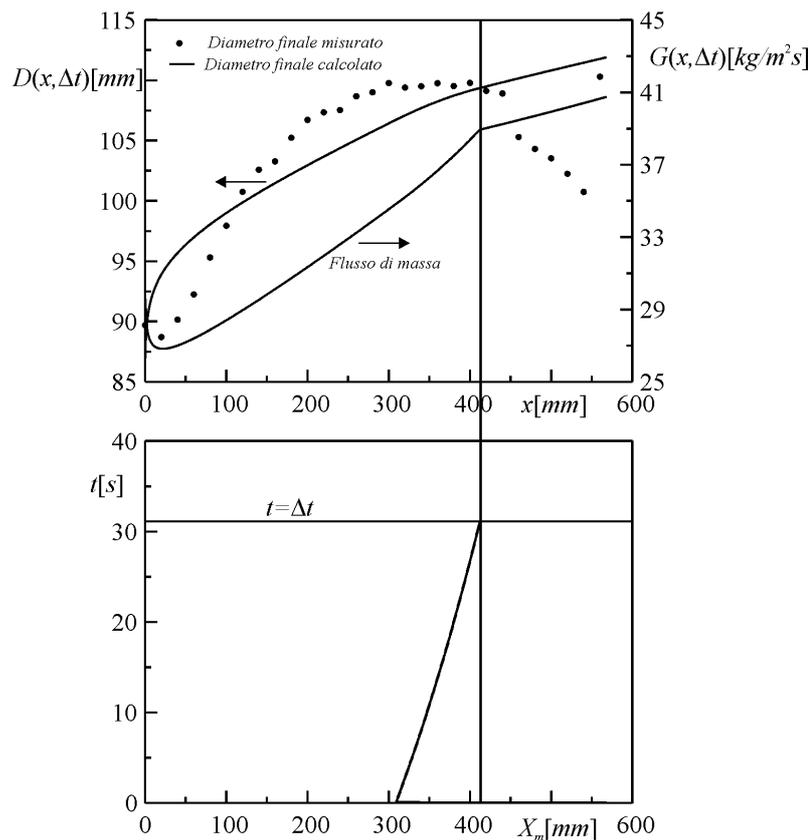


Fig.4.11– Confronto tra le distribuzioni assiali del diametro interno del grano misurato e calcolato alla fine della prova

La prova in questione è la n°9 in Tab.4.1. I valori dei parametri ricercati sono:

- $k = 0.0218$;

- $\mathbf{a} = 0.518$;
- $\mathbf{b} = 0.113$;
- fattore di correlazione tra lo spessore calcolato e quello misurato: $R^2 = 0.930$;
- scostamento sulla velocità di regressione media: 1.9%.

Nella figura in alto è anche riportato l'andamento lungo l'asse del flusso di massa G all'istante finale Δt . In basso, invece, è rappresentata la lunghezza di ingresso X_m in funzione del tempo. Bisogna innanzitutto sottolineare che, come trovato anche da altri ricercatori²⁹, l'esponente della x cambia addirittura segno passando dal valore teorico -0.2 al valore calcolato 0.113 . Inoltre, è evidente che l'andamento del diametro finale misurato mostra un massimo per $x \approx 350 \text{ mm}$ corrispondente, naturalmente, ad un massimo della velocità di regressione. Questa circostanza è in contrasto con altri risultati sperimentali che evidenziano, per contro, un minimo¹ o un andamento crescente⁶¹ della velocità di regressione lungo l'asse, spiegabile col modello basato sulla (1.48). Infatti, secondo tale equazione, la velocità di regressione aumenta col flusso (che cresce lungo l'asse per l'aggiunta di massa) e diminuisce con la x , cosicché, in determinate condizioni, è possibile trovare un punto di minimo. Nel caso in cui, invece, l'esponente della x sia positivo, ciò ovviamente non è più vero.

Nel tentativo di dare una spiegazione a questo comportamento sono state analizzate tre possibili cause.

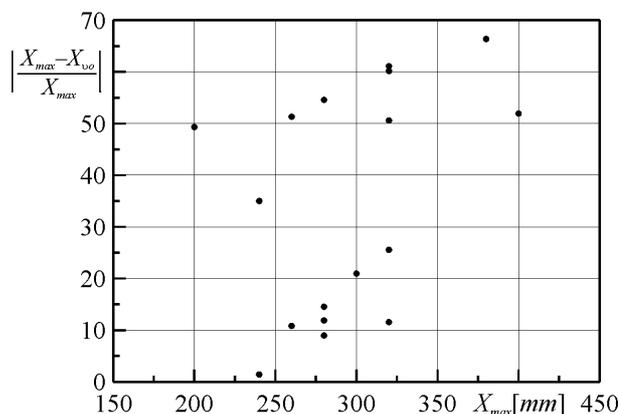


Fig.4.12– Scostamento percentuale tra i valori misurati e calcolati con la (4.21) dell'ascissa di massimo della velocità di regressione

La prima ipotesi considerata è che il massimo della velocità di regressione dipenda dal raggiungimento, lungo l'asse del combustibile, del rapporto di miscelamento stechiometrico. Al fine di verificarne la fondatezza è stata, allora, eseguita una stima grossolana dell'ascissa, X_{uo} , in corrispondenza della quale si verifica tale eventualità, in base alla seguente relazione:

$$X_{u_o} = \frac{\overline{\dot{m}_{ox}}}{r_f \overline{p D u_o \dot{r}}} \quad (4.21)$$

in cui u_o è il rapporto stechiometrico della reazione di combustione tra ossigeno e polietilene che ha per prodotti anidride carbonica e acqua ($u_o = 3.43$). Come è possibile dedurre dalla Fig.4.12, in cui è stato riportato, in funzione dell'ascissa di massimo della velocità di regressione X_{max} , lo scostamento percentuale tra la stessa ascissa e quella, calcolata con la (4.21), in cui il rapporto di miscelamento coincide con quello stechiometrico, per la maggior parte delle prove esiste una differenza percentuale tra le due ascisse compresa tra il 10 ed il 60%. Ciò, dunque, spinge ad escludere la prima ipotesi come causa del fenomeno analizzato.

Il comportamento in questione potrebbe dipendere, allora, dal fatto che l'esponente -0.2 si applica, a rigore, nel caso di flusso su lastra piana mentre, nel caso di moto in un condotto, diventa predominante l'effetto della lunghezza di ingresso. Si ritiene, infatti, che il punto di massimo del diametro e, dunque, della velocità di regressione, sia, probabilmente, imputabile al fatto che, intorno a $x \approx 350 \text{ mm}$, il moto diventa completamente sviluppato (come mostrato chiaramente in Fig.4.11) comportando una discontinuità nella pendenza del flusso di massa e, di conseguenza, nell'andamento stesso della velocità di regressione. A supporto di tale affermazione è possibile osservare che la lunghezza di ingresso, nelle condizioni date, varia nel tempo tra 300 e 400 mm, zona nella quale il diametro finale mostra un appiattimento.

Infine, quale terza ipotesi, si è analizzato l'effetto dovuto all'iniezione dell'ossigeno. In particolare, si è confrontato lo sviluppo del getto con la distribuzione del diametro interno del combustibile poiché, nella zona in cui impinge il getto, certamente lo scambio termico è maggiore e, di conseguenza, lo è la velocità di regressione. Assumendo un angolo di divergenza del getto di circa 6° si è calcolata l'ampiezza in funzione della distanza dall'iniettore⁶²; il risultato è riportato nella Fig.4.13.

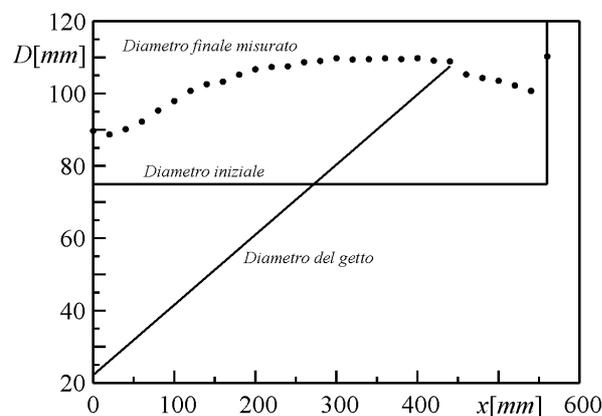


Fig.4.13– Confronto tra il diametro interno del grano e quello del getto di ossigeno

Osservando il grafico, si deduce che la velocità di regressione è massima laddove il getto impinge sulla superficie del grano durante l'intera prova, cioè per valori di x all'incirca compresi tra 300 e 450 mm . Questa situazione, che si riferisce alla prova n°9, è più o meno riscontrabile anche nelle altre prove, nelle quali il getto sembra impingere sulla superficie del grano nella regione in cui il diametro interno mostra un appiattimento o immediatamente a valle. Sarebbe, quindi, ragionevole pensare che questa potrebbe essere la causa del fenomeno dato o meglio la concomitanza di quest'ultima e quella legata allo sviluppo del moto.

Il metodo esaminato, in definitiva, sembra fornire, partendo da un'ottimizzazione di grandezze variabili nel tempo, almeno qualitativamente, un buon accordo anche tra la distribuzione spaziale delle stesse grandezze. In verità, tuttavia, si deve notare che la diminuzione del diametro interno dopo il massimo non è colta dal metodo. Probabilmente, a valle della lunghezza di ingresso, laddove non esiste più un flusso di ossidante "libero", la differenza di entalpia Δh tra fiamma e parete tende a diminuire sostanzialmente e questo può comportare un'altrettanta diminuzione della velocità di regressione: bisognerebbe, quindi, provare a modellare tale diminuzione per cercare di prevedere correttamente anche il comportamento nella regione in cui il moto è completamente sviluppato.

In conclusione, ritornando al problema di partenza della determinazione dell'esponente del flusso di massa in funzione della pressione, si crede che una tale operazione sia, per il momento prematura, poiché occorrerebbe apportare le modifiche di cui si è detto sopra al modello di calcolo, al fine di ottenere una migliore rispondenza tra parametri misurati e calcolati. Solo con un migliore accordo tra dati sperimentali e teorici si pensa si possa raggiungere lo scopo prefisso, ma ciò sarà oggetto di sviluppi futuri.

IV.4 Prestazioni

In questo paragrafo si presentano i valori misurati delle prestazioni del motore sperimentato. Per prestazioni si sono assunti i valori medi della velocità caratteristica \bar{c}^* e dell'impulso specifico \bar{I}_{sp} :

$$\bar{c}^* = \frac{p A_g}{\bar{m}_{ox} + \bar{m}_f} \quad (4.22)$$

$$\bar{I}_{sp} = \frac{\bar{S}}{(\bar{m}_{ox} + \bar{m}_f)g} = \frac{\bar{c}^* \bar{C}_s}{g} \quad (4.23)$$

in cui A_g è l'area della sezione di gola dell'ugello di scarico, \bar{C}_s il coefficiente di spinta medio dell'ugello e g l'accelerazione di gravità².

In Fig.4.14 sono riportati i valori medi della velocità caratteristica in funzione del rapporto di miscelamento medio e sono indicati i livelli di pressione.

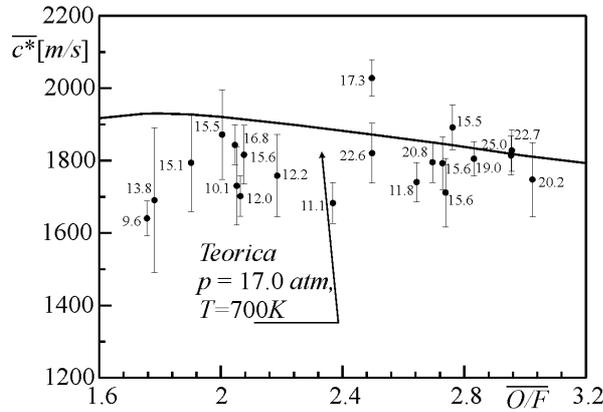


Fig.4.14– Velocità caratteristica media in funzione del rapporto di miscelamento medio

Nello stesso diagramma è tracciata la curva teorica ricavata, mediante il codice di calcolo CEA, supponendo che il gas fosse più che perfetto, nel qual caso la c^* assume l'espressione:

$$c^* = \frac{\sqrt{gRT}}{g \sqrt{[2/(g+1)]^{(g+1)/(g-1)}}} \tag{4.24}$$

in cui g è il rapporto tra i calori specifici ed R la costante del gas. Nel grafico sono tracciate le barre dell'errore che, come per la velocità di regressione, dipende fondamentalmente dall'incertezza sul tempo di regressione. L'accordo tra dati sperimentali e teorici è sostanzialmente buono se si considera che la curva teorica è stata tracciata per un valore di pressione fissato, mentre i punti sperimentali sono relativi a pressioni molto diverse tra loro.

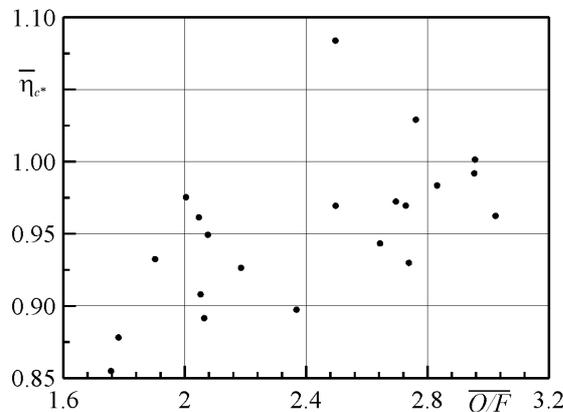


Fig.4.15– Efficienza della combustione in funzione del rapporto di miscelamento

Per verificare l'effettiva efficienza della combustione è stato calcolato il rapporto, \bar{h}_{c^*} , tra la velocità caratteristica misurata e quella teorica ideale alla pressione ed al rapporto di miscelamento medio misurati. Come riportato in Fig.4.15 la maggior parte dei punti corrisponde a valori tra il 90 ed il 100%, ciò dimostrando che l'efficienza di un tale sistema propulsivo effettivamente migliora con l'aggiunta della postcamera di combustione.

Infine, nella figura seguente sono diagrammati la spinta e l'impulso specifico in funzione della portata di ossigeno.

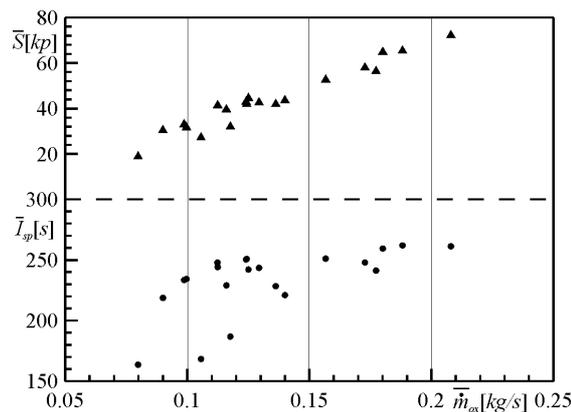


Fig.4.16– Spinta ed impulso specifico al variare della portata di ossigeno

Bisogna tener conto del fatto che l'impulso specifico dipende dall'efficienza dell'ugello che, nelle condizioni date, non è ottimizzata, per cui i valori sono puramente indicativi. È interessante notare che dai valori dati si può condurre una stima grossolana della derivata $\partial S / \partial \dot{m}_{ox}$ importante nella caratterizzazione di un sistema a spinta variabile, quale può essere un endoreattore a propellenti ibridi. Tale stima, ovviamente, non tiene conto del fatto che le prove sono relative a condizioni operative molto differenti e fornisce, perciò, solo una rozza valutazione. Variando la portata di ossidante del 100% è possibile ottenere una corrispondente variazione dell'impulso specifico del 42% e della spinta del 120%.

$$\frac{\Delta \bar{I}_{sp} / \bar{I}_{sp}}{\Delta \dot{m}_{ox} / \dot{m}_{ox}} = 0.42; \quad \frac{\Delta \bar{S} / \bar{S}}{\Delta \dot{m}_{ox} / \dot{m}_{ox}} = 1.2$$

IV.5 Conclusioni

È stata condotta una campagna di numerose prove sperimentali su un motore a razzo a propellenti ibridi utilizzando ossigeno gassoso e polietilene. Le prove sono state effettuate variando il diametro iniziale del grano di combustibile ($16 \div 75 \text{ mm}$), il tempo di prova

($12 \div 80$ s), la portata di ossidante ($76 \div 208$ gr/s) e la pressione in camera di combustione ($9.5 \div 25$ atm) al fine di realizzare un ampio intervallo di valori del flusso di massa e di indagare, essenzialmente, sulla dipendenza della velocità di regressione dal flusso di massa stesso e dalla pressione.

La misura della velocità di regressione istantanea è stata eseguita con la tecnica ad ultrasuoni che, almeno nella fase di regime, sembra fornire risultati affidabili. L'analisi dei dati mette in evidenza, nelle condizioni sperimentate, una forte interazione tra la pressione in camera di combustione ed il flusso di massa il cui effetto sulla velocità di regressione appare descritto con una certa approssimazione dal modello di Wooldridge e Marxman. Tale modello accorpa flusso di massa e pressione in un unico parametro q che rappresenta il rapporto tra il tempo caratteristico di reazione e quello di scambio termico turbolento: per valori bassi di q il fenomeno è dominato dallo scambio turbolento, mentre, al crescere di q , il parametro di controllo diventa la cinetica chimica delle reazioni in fase gassosa.

Tale ipotesi è stata, inoltre, supportata attraverso la misura dei valori medi della velocità di regressione e del flusso di massa, benché le correlazioni prodotte assumano coefficienti piuttosto differenti passando dai dati istantanei a quelli medi.

Mediante lo sviluppo di un codice di calcolo che analizza la balistica interna del razzo, è stata altresì dimostrata l'inefficacia del modello nel predire la distribuzione spaziale del consumo di combustibile probabilmente a causa dell'inadeguatezza dell'estensione da lastra piana al moto in un condotto in fase di sviluppo.

In definitiva, da quanto visto soprattutto nel paragrafo IV.3.1, emerge chiaramente la potenza di metodi sperimentali che consentono la misura puntuale e nel tempo della velocità di regressione. I valori medi, infatti, possono discostarsi parecchio da quelli puntuali e certamente non offrono alcuna informazione sulla variazione spaziale del consumo, dato indispensabile per l'ottimizzazione del progetto di un motore di questo tipo. Tra questi, particolarmente semplice da utilizzare, nonostante la messa a punto e la corretta interpretazione dei risultati richieda un'attenta analisi, è il metodo ad ultrasuoni accoppiato ad un'opportuna tecnica di riduzione dei dati.

CAPITOLO V

Caratteristiche degli Ugelli a Spina

V.1 Introduzione

I requisiti fondamentali dei futuri sistemi di trasporto spaziale, quali i veicoli *SSTO*[§], sono costituiti essenzialmente dalla riduzione dei costi dei lanci e da un'accresciuta efficienza ed affidabilità. Il conseguimento di tali requisiti e, quindi, la realizzazione di questi veicoli dipendono fortemente dalle qualità dei loro motori. Questi dovrebbero fornire elevate prestazioni per mezzo di sistemi non troppo complessi, in modo da non incidere pesantemente sui costi^{63,64}. In quest'ottica va inquadrato il programma X-33, tuttavia oramai cancellato, intrapreso dalla NASA allo scopo di realizzare un veicolo mono-stadio completamente riutilizzabile, il Venture Star, quale successore dello Space Shuttle. Nell'ambito di tale programma è stato, tra l'altro, costruito e provato al suolo un ugello a spina lineare in scala reale. In effetti, un sostanziale miglioramento delle prestazioni del motore di un razzo⁶⁵ (ad esempio fino al 15% per l'SSME e il Vulcain I^{§§}), in particolare di un primo stadio o di un veicolo SSTO, si può ottenere attraverso l'adattamento della pressione di uscita dell'ugello alle variazioni della pressione ambiente con la quota durante la fase di volo atmosferico. Gli ugelli a spina, appunto, offrono, sicuramente dal punto di vista teorico, la capacità di autoadattarsi. I tradizionali ugelli a campana utilizzati sui razzi odierni, comportano, per contro, una riduzione delle prestazioni nelle condizioni di fuori progetto, soprattutto quelle in cui essi funzionano in sovraespansione, ovvero a bassa quota dove la pressione ambiente è maggiore della pressione di uscita dell'ugello se questo è adattato in quota.

È questo principalmente il motivo per cui in generale gli ugelli ad espansione esterna rappresentano un punto di riferimento per i motori ad elevata efficienza. Analisi approfondite hanno di fatto dimostrato che, grazie alla "autoadattabilità", gli ugelli a spina possono essere una soluzione molto interessante, compatta e relativamente poco pesante, a condizione di troncature opportunamente la spina accettando una modesta penalizzazione della spinta.

[§] Acronimo di Single Stage To Orbit

^{§§} SSME, acronimo di Space Shuttle Main Engine, è il motore principale dello Space Shuttle, mentre il Vulcain I è il motore del secondo stadio dell'Ariane 5

Molte sono le indagini numeriche e sperimentali con gas freddi condotte per accertare il buon funzionamento degli ugelli a spina in condizioni di forte sovraespansione. Scarsi sono, invece, i risultati pubblicati di prove realizzate con gas combustibili alle reali temperature di esercizio con ugelli costruiti in materiale non ablatante. Sembra, dunque, di particolare interesse la realizzazione di un ugello a spina troncata raffreddato che consenta di effettuare prove sperimentali in condizione di pressione costante in camera di combustione e di durata significativa ai fini di una più approfondita analisi sperimentale.

V.2 Principio di funzionamento degli ugelli non convenzionali ad espansione esterna

Nel tentativo di risolvere le problematiche relative al funzionamento in condizioni di fuori progetto degli ugelli convenzionali, si è giunti, a partire dagli anni '50, al concepimento di diverse tecniche che possono classificarsi principalmente in due categorie⁶⁵:

- 1) ugelli dotati di sistemi per il controllo della separazione del flusso;
- 2) ugelli capaci di autoadattarsi.

Quelli appartenenti alla prima categoria sono generalmente degli effusori convenzionali a campana (o doppia campana) dotati di particolari congegni atti a promuovere la separazione del flusso in regioni prefissate e controllate, in modo da evitare l'insorgere di carichi normali alla direzione di efflusso, problema, questo, particolarmente sentito nella fase transitoria di avvio dei motori (cfr. par. V.2.1). Tralasciando, comunque, tale tipo di ugelli, ci si soffermerà su quelli appartenenti alla seconda categoria.

Con riferimento, dunque, agli ugelli della seconda categoria, si è pervenuti alla definizione di geometrie così dette non convenzionali o avanzate ed, in particolare per ciò che riguarda gli ugelli ad espansione esterna, alle seguenti configurazioni, il cui funzionamento è in principio identico:

- ugello a spina (plug-nozzle);
- ugello ad espansione-deflessione (E.D. nozzle).

Il funzionamento di entrambi i tipi di ugelli si basa sul concetto elementare di generare una corrente supersonica mediante l'espansione del flusso intorno ad uno spigolo nella sezione di gola (sonica), con direzione iniziale rispettivamente verso l'asse per il plug-nozzle e verso le pareti per l'E.D. nozzle.

Con riferimento alla Fig.5.1, nel plug-nozzle è la spina che ha il compito di far ruotare il flusso nella direzione dell'asse, mentre nell'E.D. nozzle è la parete che assolve tale compito.

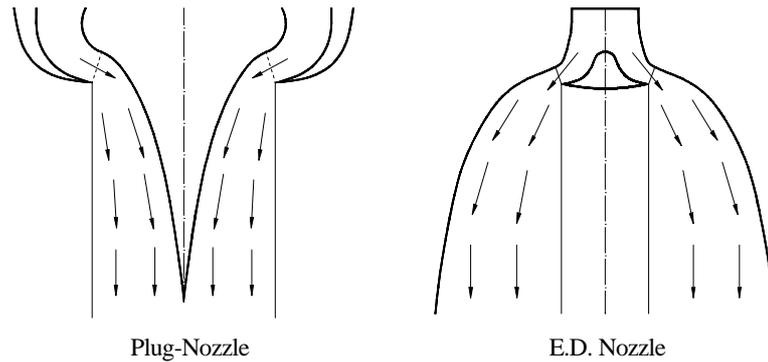


Fig.5.1– Plug-nozzle ed E.D. nozzle

A partire dallo spigolo della parete superiore del convergente, in corrispondenza della gola, si genera un ventaglio di espansione che determina un continuo adattamento della pressione di uscita a quella ambiente ed, in condizioni di progetto, il flusso all'uscita della spina, per il plug nozzle, e della parete per l'E.D. nozzle, è orientato in direzione assiale. Nel caso in cui l'ugello si trovi a funzionare fuori dalla condizione di progetto, il flusso si adatterà alle condizioni esterne senza una sostanziale perdita di spinta, presentando un buon comportamento in condizioni di sovraespansione. Questo rappresenta il maggiore vantaggio di questo tipo di ugelli e, come già detto, prende il nome di autoadattabilità.

Mediante questi ugelli, pertanto, è possibile realizzare grandi rapporti di espansione (il valore del rapporto tra pressione di ristagno e pressione ambiente dovrebbe essere scelto il più elevato possibile, poiché l'ugello a spina perde la sua caratteristica al di sopra del rapporto di progetto), variando la direzione iniziale della corrente, ovvero l'angolo di cui deve ruotare la corrente stessa, a partire da una bassa pressione in camera di combustione, se si adatta l'ugello a quote elevate.

Tra gli aspetti favorevoli esibiti dagli ugelli a spina non è da trascurare, inoltre, il fatto che in questi ugelli sono favorite le reazioni di riassociazione tra le specie presenti nella miscela all'uscita della camera di combustione. Durante l'efflusso lungo la spina dell'ugello, il rapporto tra i tempi caratteristici di reazione e di convezione è tale che i gas in espansione tendono a riassociarsi consentendo un recupero di energia propulsiva. Inoltre si ha, come ulteriore vantaggio, che spesso le specie riassociate risultano molto meno inquinanti rispetto a quelle dissociate all'uscita di un ugello convenzionale^{66,67,68}.

V.2.1 Funzionamento di ugelli convenzionali e a spina fuori dalle condizioni di progetto

Quando la quota a cui si trova l'ugello è superiore a quella di progetto, la pressione atmosferica è minore della pressione nella sezione di uscita dell'ugello e si dice che l'ugello funziona in regime di sottoespansione; quando, viceversa, l'ugello si trova ad una quota inferiore, la pressione ambiente è maggiore di quella di uscita e si parla di sovraespansione.

Tra i due regimi di funzionamento non corretto di un ugello convergente-divergente è senz'altro preferibile quello di sottoespansione, perché in questo caso, benché il rendimento dell'ugello sia inferiore a quello nelle condizioni di progetto, vi è, a differenza che nel caso della sovraespansione, un parziale recupero di spinta dovuto alla differenza positiva tra la pressione di uscita e quella ambiente. Inoltre, in caso di sovraespansione vi è un certo rapporto di pressioni p_a/p_0 , tra la pressione ambiente e quella di ristagno, al di sopra del quale avviene il distacco della vena fluida dalla parete del divergente causato dall'interazione tra l'onda d'urto e lo strato limite turbolento che si sviluppa sulla parete stessa⁶⁹.

Per determinati valori della pressione esterna, l'onda d'urto viene "ingoiata" dall'ugello; in questo modo la sezione di uscita effettiva diventa quella in cui è localizzato il distacco del fluido dalla parete del divergente e, quindi, si ha un rapporto effettivo tra l'area di uscita e quella di gola, A_e/A_g , più basso di quello corrispondente alla reale geometria dell'ugello, ciò comportando una penalizzazione in peso di tutto il motore.

Prove sperimentali condotte su ugelli funzionanti in sovraespansione hanno dimostrato che la pressione nella sezione del divergente in corrispondenza della quale si verifica la separazione del flusso è, fissato l'angolo di divergenza, approssimativamente uguale $0.4 p_a$, indipendentemente dal gas effluente, la quale condizione rappresenta il ben noto criterio di Summerfield.

Per di più, in conseguenza della separazione del flusso, in generale non simmetrica, possono generarsi dei carichi laterali più o meno gravosi agenti sull'ugello.

Per questi motivi conviene che l'ugello sia adattato al suolo, così che esso lavori sempre in sottoespansione ed abbia un peso minore. In tali condizioni all'uscita di un ugello convenzionale sarà presente un ventaglio di espansione per tutta la durata della missione.

La spinta massima ottenibile è limitata, in tal caso, dalla massima pressione p_0 tollerabile in camera di combustione, 300 *bar* nel migliore dei casi (SSME), o dal massimo rapporto di aree realizzabile compatibilmente con i vincoli di peso ed integrazione dell'ugello con il motore.

In una navetta spaziale mono-stadio è indispensabile, comunque, un rapporto di espansione elevato per ottenere l'impulso specifico e le spinte necessarie per portare un carico utile in orbita. È possibile conseguire tale scopo elevando la quota di progetto; questo comporta tuttavia un lungo periodo di funzionamento in sovraespansione.

In tali condizioni di funzionamento un ugello non convenzionale offre un migliore comportamento rispetto ad uno convenzionale. Il ventaglio di espansione, infatti, si adatta via via alla nuova quota abbassando solo di poco il rendimento dell'ugello.

In verità parlare di sovraespansione risulta, in questo caso, improprio, dal momento che il ventaglio di espansione è libero di variare dimensioni permettendo l'adattamento della pressione in modo continuo. Ciò significa che, nel caso in cui $p_a > p_e$, dove con p_e si è indicato il valore della pressione di uscita di progetto, non si hanno compressioni forti, ed il ventaglio di espansione termina quando la pressione dietro la caratteristica uguaglia quella ambiente⁷⁰.

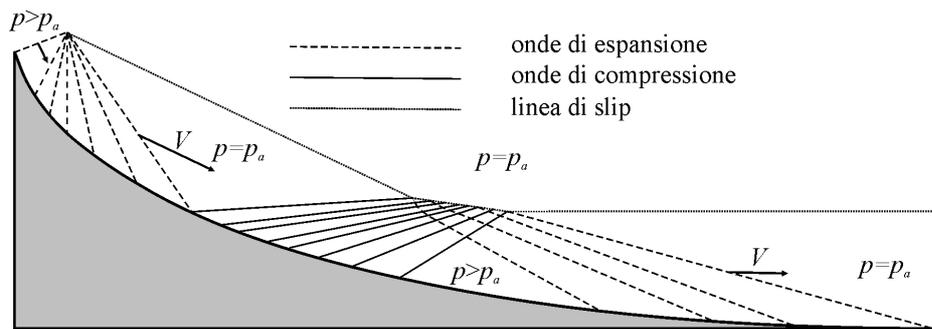


Fig.5.2– Comportamento di un ugello a spina in condizione di sovraespansione

L'ultima onda di espansione, quindi, impinge sulla superficie della spina ad una distanza dalla gola naturalmente minore di quella del bordo d'uscita e sempre più piccola al crescere del rapporto p_a/p_0 . È evidente che in tale circostanza il flusso non ha direzione assiale, ma è rivolto contro la parete della spina, disegnata in modo da cancellare le riflessioni per un rapporto di espansione di progetto minore. Si generano così una serie di onde di compressione a valle delle quali la pressione è maggiore di quella ambiente. Sorge, pertanto, un nuovo ventaglio di espansione e così via, in dipendenza dall'entità della sovraespansione, fino a che il flusso non assume la direzione dell'asse dell'ugello e la pressione sia uguale a quella ambiente. In Fig.5.2 è rappresentato schematicamente il campo fluidodinamico appena descritto assimilando la regione di mixing ai bordi del getto con una linea di slip, attraverso la quale la pressione è costante. L'interazione della serie di onde di espansione e compressione con il getto libero dà origine alla caratteristica forma a "botte" che assume il getto stesso. Le

ricomprensioni che si manifestano lungo la spina, presumibilmente, non ne peggiorano il comportamento, ed, addirittura, potrebbero dar luogo ad un incremento della spinta.

Nel caso in cui, invece, si abbia sottoespansione ($p_a < p_e$), la distribuzione di pressione lungo la parete della spina resta uguale a quella nella condizioni di progetto, e l'ugello a spina perde la sua capacità di autoadattarsi, comportandosi allo stesso modo di un ugello convenzionale.

Il troncamento della spina che, come vedremo in seguito, si traduce in un vantaggio a causa dell'elevata lunghezza del profilo e, quindi, della grande massa della spina, a scapito di una piccola perdita di spinta, genera un comportamento diverso da quello appena analizzato per un ugello a spina completa.

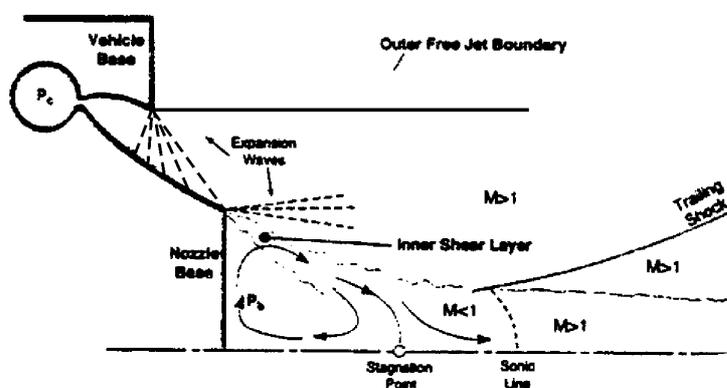


Fig.5.3– Struttura del flusso a valle del troncamento in condizioni di funzionamento corretto (closed wake)

Nelle condizioni di sovraespansione caratterizzate da un rapporto p_a/p_0 molto più grande di quello di progetto, a valle del troncamento si stabilisce un regime di flusso cosiddetto “open wake” che comporta una pressione media sulla base praticamente uguale a quella ambiente. Per valori del rapporto p_a/p_0 prossimi a quello di progetto dell'ugello a spina completa, il flusso sulla base cambia le sue caratteristiche passando alla cosiddetta configurazione “closed wake” per la quale la pressione di base, che nel punto di transizione da open a closed wake è di poco inferiore alla pressione ambiente, non risulta influenzata dalla pressione ambiente stessa⁷¹ (Fig.5.3). In tale condizione, dunque, il troncamento induce una forza resistente il cui valore dipende essenzialmente dalla percentuale del troncamento e dalla dimensione della base. Al di là del punto di transizione la pressione ambiente diminuisce, quella di base resta costante, e perciò la forza netta agente sulla base risulta essere una spinta.

In Fig.5.4 è riportato, in funzione della quota, l'andamento dell'impulso specifico, calcolato numericamente, per un ugello a spina completa, per lo stesso ugello con spina

troncata e, per confronto, quello di un ugello a campana con lo stesso rapporto tra le aree, nel caso di pressione in camera pari a 100 bar, propellenti idrogeno/ossigeno con rapporto di miscelamento 6. È possibile osservare che l'impulso specifico dell'ugello a spina completa, per quote inferiori a quella di adattamento (intorno a 15000 m), risulta sempre maggiore di quello del corrispondente ugello a campana. Nel caso di ugello a spina troncata, invece, per i fenomeni descritti precedentemente, intorno alla quota di adattamento, interviene una brusca diminuzione delle prestazioni coincidente con la transizione da open a closed wake, e poi, un successivo innalzamento per quote più elevate.

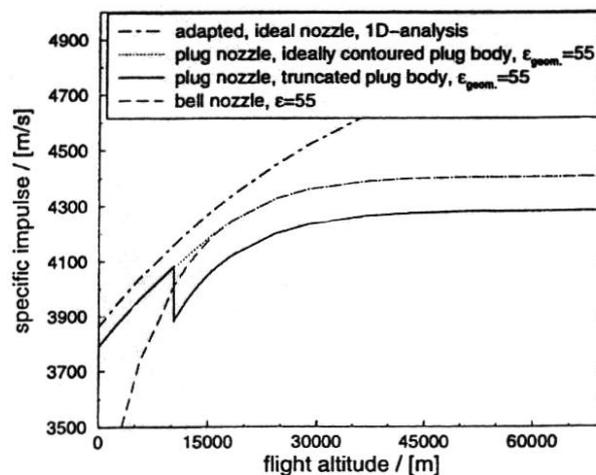


Fig.5.4– Confronto tra le prestazioni di ugelli tradizionali ed a spina al variare della quota (rapporto di progetto tra le aree $e = 55$) (rif. 65)

V.3 Tipi di ugelli a spina e tecniche di disegno del profilo

Gli ugelli a spina possono innanzitutto essere classificati in ugelli assialsimmetrici ed ugelli bidimensionali, anche detti lineari.

Gli ugelli assialsimmetrici si prestano ad essere utilizzati con le comuni camere di combustione, generalmente cilindriche, ma presentano alcuni problemi relativamente al supporto della spina centrale ed al sistema di raffreddamento della stessa.

Gli ugelli bidimensionali, invece, permettono una maggiore flessibilità per quanto riguarda l'ancoraggio della spina, potendo utilizzare le pareti laterali, peraltro non sempre presenti, e per quanto riguarda il sistema di raffreddamento.

Da un punto di vista teorico, gli ugelli bidimensionali, con una larghezza infinita, sono assimilabili ad un ugello a spina assialsimmetrico di diametro tendente all'infinito. La necessità di limitare la larghezza dell'ugello, tuttavia, introduce effetti legati allo sfiato laterale, inesistente nel caso di geometria assialsimmetrica. Questo è il motivo per cui, allo

scopo di migliorare le prestazioni di un ugello bidimensionale, si inseriscono le pareti laterali. In assenza di pareti laterali, infatti, si genera un'espansione ai bordi della spina, normalmente alla direzione d'efflusso, che produce una diminuzione della pressione media e, quindi, un calo della spinta⁷².

Inoltre, considerando un'applicazione realistica di un ugello a spina con elevati valori del rapporto di espansione, a causa dell'enorme rotazione che deve subire la corrente e, di conseguenza, dell'elevato valore dell'inclinazione della gola dell'ugello, è da escludere la realizzazione di un'espansione completamente esterna per gli ovvi problemi derivanti dall'accoppiamento dell'ugello con la camera di combustione. L'inclinazione della gola può, allora, essere ridotta ricorrendo ad una prima espansione (fino ad un numero di Mach leggermente supersonico) in un ugello tradizionale, seguita dalla rimanente espansione sulla superficie esterna della spina. Generalmente l'ugello in cui avviene l'espansione primaria è un classico ugello a campana. Si è, dunque, introdotta la così detta configurazione "clustered bell nozzle"²⁰.

Gli effusori in tal modo configurati sono caratterizzati dalla presenza di una serie di piccoli ugelli convergenti-divergenti, posizionati radialmente intorno alla spina, se si tratta di una geometria assialsimmetrica, o in file, sopra e sotto la spina, se si tratta di una geometria bidimensionale.

Il flusso che arriva sulla spina è allora già parzialmente supersonico il che permette di realizzare un angolo di rotazione della corrente, dall'ingresso sulla spina fino alla direzione assiale, minore di quello che si avrebbe partendo da una normale gola sonica.

Questa configurazione permette, per di più, di eliminare le problematiche inerenti al progetto di un ugello a spina assialsimmetrico quali il controllo, durante la costruzione ed il processo di espansione termica, di una gola toroidale di dimensioni costanti (al fine di evitare carichi laterali ovvero deviazioni della spinta), il suo raffreddamento che comporta l'accesso a zone molto ristrette. Tuttavia tale soluzione richiede generalmente la presenza di camere di combustione costruite appositamente, come ad esempio sistemi a multicamera, per alimentare i singoli ugelli. Inoltre, se si utilizzano ugelli assialsimmetrici per l'espansione primaria, tra gli svantaggi è certamente da tenere in conto la perdita di efficienza conseguente al gap presente tra i singoli ugelli che disturba il flusso nella vicina zona della spina ed all'interazione dei getti effluenti dagli ugelli stessi.

Un esempio applicativo di questa configurazione, nel caso bidimensionale, è rappresentato dal motore XRS-2200, costruito dalla Rocketdyne per la navetta riutilizzabile X-33 (cfr. par. V.5).

Un'altra configurazione, studiata in particolare negli anni '60, è quella che prevede una prima espansione, all'interno dell'ugello, e una seconda espansione lungo la spina; anche con questo sistema, è possibile ottenere un angolo di rotazione della corrente relativamente basso, visto che si giunge sulla spina con un Mach maggiore di uno, frutto della prima espansione⁷³.

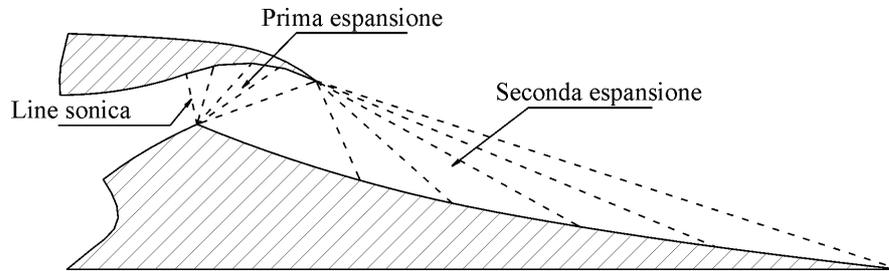


Fig.5.5– Ugello a spina ad espansione interna-esterna

Le performance di un ugello a spina sono molto sensibili al grado di accuratezza con cui, per gli ugelli ad espansione interamente esterna, è stato realizzato il profilo della spina, perciò è necessario sceglierne con cura la tecnica di disegno. Un ulteriore aspetto fondamentale, per gli effusori con espansione primaria in ugelli convenzionali, è la realizzazione di un corretto accoppiamento tra l'espansione primaria e quella esterna. In caso di errori si creano in genere degli urti con conseguente peggioramento delle prestazioni. In alcuni casi si è osservata una significativa sovraespansione fino alla separazione del flusso che comporta una completa perdita del carattere autoadattativo di questi ugelli.

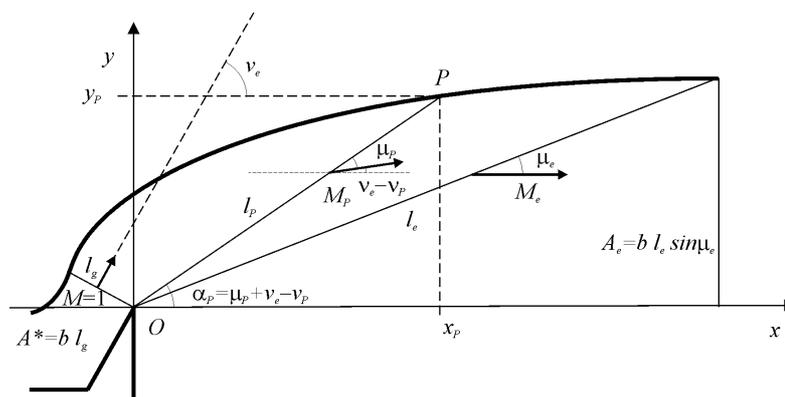


Fig.5.6– Disegno del contorno della spina basato sull'espansione alla Prandtl-Meyer

Nel caso di geometrie bidimensionali, il metodo basato sull'espansione alla Prandtl-Meyer risulta essere il più semplice da applicare ed inoltre nel caso 2D esso è esatto se si fa l'ipotesi che il flusso nella gola dell'ugello sia uniforme. Tale metodo è stato utilizzato per il disegno dell'ugello a spina provato in questa sede, per cui se ne dà qui una più ampia esposizione^{74,75}.

Applicando l'equazione di continuità, si ricavano le lunghezze delle linee caratteristiche e, dai relativi angoli di inclinazione, si determinano i punti della spina, che risulta essere linea di corrente.

Dal rapporto di espansione assegnato, si ricava il valore del numero di Mach in uscita, M_e , ed il relativo angolo di Prandtl-Meyer \mathbf{n}_e . Per tale valore del numero di Mach la corrente deve essere assiale. A partire da tale condizione e procedendo a ritroso verso la gola in cui il numero di Mach è uguale ad 1, si calcolano tutti gli angoli necessari per ricavare le coordinate dei punti della spina. Con riferimento alla Fig.5.6, si procede nel ricavare in successione:

l'angolo di Prandtl-Meyer corrispondente al generico punto P della superficie della spina $\mathbf{n}_p(M)$:

$$\mathbf{n}_p(M) = \sqrt{\frac{\mathbf{g}+1}{\mathbf{g}-1}} \arctan \sqrt{\frac{\mathbf{g}+1}{\mathbf{g}-1} (M^2 - 1)} - \arctan \sqrt{M^2 - 1} \quad (5.1)$$

l'angolo di Mach $\mathbf{m}_p(M)$:

$$\mathbf{m}_p(M) = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right) \quad (5.2)$$

l'angolo di cui è inclinata la linea caratteristica rispetto all'asse in corrispondenza di P :

$$\mathbf{a}_p(M) = \mathbf{n}_e - \mathbf{n}_p(M) + \mathbf{m}_p(M) \quad (5.3)$$

il rapporto tra le aree di passaggio ortogonali alla velocità $\mathbf{e}_p = A_p/A_g$:

$$\mathbf{e}_p(M) = \frac{1}{M} \left(\frac{2}{\mathbf{g}+1}\right)^{\frac{\mathbf{g}+1}{2(\mathbf{g}-1)}} \left(1 + \frac{\mathbf{g}+1}{2} M^2\right)^{\frac{\mathbf{g}+1}{2(\mathbf{g}-1)}} \quad (5.4)$$

il rapporto tra le lunghezze della generica linea caratteristica e quella di gola:

$$\frac{l_p}{l_g} = \left(\frac{A_p}{\sin \mathbf{m}_p}\right) \cdot \left(\frac{1}{A_g}\right) = M \mathbf{e}_p(M) \quad (5.5)$$

ed, infine, le coordinate cartesiane x_p ed y_p del generico punto P , adimensionalizzate rispetto all'altezza di gola, l_g , applicando la semplice trasformazione a partire dalle sue coordinate polari l_p ed \mathbf{a}_p :

spina. Introducendo la portata di massa $\dot{m} = \mathbf{r}_g \underline{V}_g \cdot \underline{n}_g A_g = \mathbf{r}_e \underline{V}_e \cdot \underline{n}_e S_e$, e proiettando l'equazione vettoriale (5.7) nel verso opposto a quello dell'asse x , si ottiene la spinta S'_s fornita dal divergente a spina:

$$S'_s = \dot{m}(V_e - V_g \cos n_e) + p_e A_e - p_g A_g \cos n_e \quad (5.8)$$

Analogamente si calcola la spinta agente sulla parte supersonica (divergente) di un ugello convenzionale bidimensionale, S_s :

$$S_s = \dot{m}(V_e - V_g) + p_e A_e - p_g A_g \quad (5.9)$$

Per rendere confrontabili le due spinte è necessario ipotizzare che i due ugelli abbiano lo stesso rapporto di espansione (e quindi la stessa area di uscita A_e) e siano attraversati dalla stessa portata di massa. In questa ipotesi, rapportando la (5.8) alla (5.7), si ottiene la seguente relazione:

$$\frac{S'_s}{S_s} = \frac{\mathbf{y}^* \sqrt{\frac{2}{\mathbf{g}-1}} (W_e - W_g \cos n_e) + \frac{p_e}{p_0} \frac{A_e}{A_g} - \frac{p_g}{p_0} \cos n_e}{\mathbf{y}^* \sqrt{\frac{2}{\mathbf{g}-1}} (W_e - W_g) + \frac{p_e}{p_0} \frac{A_e}{A_g} - \frac{p_g}{p_0}} \quad (5.10)$$

avendo indicato con W il rapporto tra la velocità e la velocità limite della corrente V_{lim} :

$$V_{lim} = \sqrt{\frac{2\mathbf{g}RT_0}{\mathbf{g}-1}}$$

e con \mathbf{y}^* la seguente funzione del rapporto tra i calori specifici \mathbf{g} del gas⁷⁸:

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{g} \left(\frac{2}{\mathbf{g}+1} \right)^{\frac{\mathbf{g}+1}{2(\mathbf{g}-1)}}$$

La (5.10), fissato il valore di \mathbf{g} è funzione del numero di Mach M_e della corrente in uscita o equivalentemente del rapporto A_e/A_g . In Fig.5.9 è riportata la rappresentazione grafica della (5.10) per $\mathbf{g} = 1.2$, avendo scelto come variabile indipendente il rapporto fra le aree A_g/A_e .

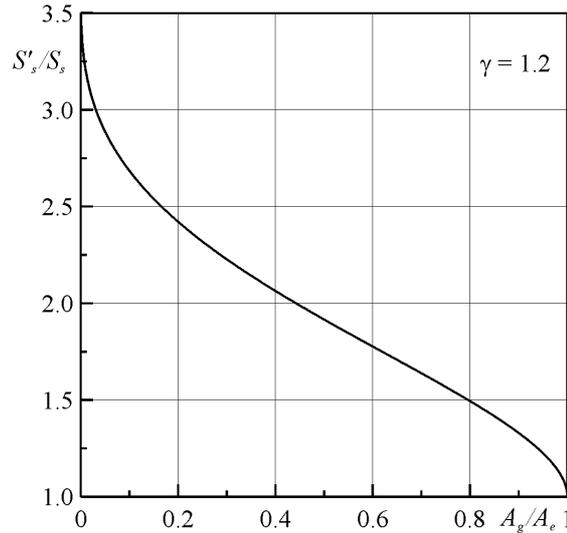


Fig.5.9– Rapporto tra le spinte generate dal divergente di un ugello a spina e di un ugello convenzionale

Dal grafico si evince che il contributo alla spinta totale, dato dal divergente, è sempre maggiore per un effusore a spina rispetto ad uno di tipo convenzionale. Al limite per $A_g/A_e \rightarrow 0$ ($M_e \rightarrow 8$) la (5.10) ha un massimo, che è funzione di g dato da:

$$\lim_{A_g/A_e \rightarrow 0} \frac{S'_s}{S_s} = \frac{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}} (1 - W_g \cos n_{lim}) - \frac{P_g}{p_0} \cos n_{lim}}{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}} (1 - W_g) - \frac{P_g}{p_0}} = 3.32$$

in cui n_{lim} è il valore limite dell'angolo di Prandtl e Meyer.

D'altronde, erogando i due effusori spinte uguali, scaturisce che il divergente di un ugello a spina assume un'importanza relativa maggiore rispetto a quello di un ugello convenzionale.

Per comprendere meglio questo fenomeno, è possibile ricavare, per i due tipi di ugello, quello convenzionale e quello a spina, il rapporto tra la spinta dovuta al solo divergente supersonico e la spinta totale S agente dall'interno sulle pareti dell'effusore:

$$S = \dot{m}V_e + p_e A_e \tag{5.11}$$

Tali rapporti valgono, rispettivamente, per un ugello convenzionale ed uno a spina:

$$\frac{S_s}{S} = \frac{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}} (W_e - W_g) + \frac{p_e}{p_0} \frac{A_e}{A_g} - \frac{P_g}{p_0}}{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}} W_e + \frac{p_e}{p_0} \frac{A_e}{A_g}} \tag{5.12}$$

$$\frac{S'_s}{S} = \frac{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}} (W_e - W_g \cos n_e) + \frac{p_e}{p_0} \frac{A_e}{A_g} - \frac{p_g}{p_0} \cos n_e}{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}} W_e + \frac{p_e}{p_0} \frac{A_e}{A_g}} \quad (5.13)$$

In Fig.5.10 è riportato l'andamento grafico di queste due relazioni anche in questo caso al variare del rapporto fra le aree A_g/A_e . In un ugello convenzionale per rapporti di espansione tendenti all'infinito, la spinta dovuta al divergente è approssimativamente (per $g = 1.2$) il 45% della spinta totale come si deduce calcolando il limite per $M_e \rightarrow \infty$ della (5.12):

$$\lim_{A_g/A_e \rightarrow \infty} \frac{S'_s}{S} = 1 - W_g - \frac{p^*/p_0}{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}}} = 0.447$$

in cui p^*/p_0 è il rapporto critico di pressione $p^*/p_0 = [2 / (g + 1)]^{g/(g-1)}$

In un effusore a spina, operante nelle stesse condizioni, il divergente raccoglie invece una spinta all'incirca pari a 1.5 volte la spinta totale. Infatti risulta per $g = 1.2$:

$$\lim_{A_g/A_e \rightarrow \infty} \frac{S_s}{S} = 1 - W_g \cos n_{\text{lim}} - \frac{p^*/p_0}{y^* \sqrt{\frac{2}{g-1}}} \cos n_{\text{lim}} = 1.49$$

Questo è dovuto al fatto che per rapporti di espansione tendenti all'infinito, l'angolo n_e , di cui deve ruotare il vettore velocità, è maggiore di 90° .

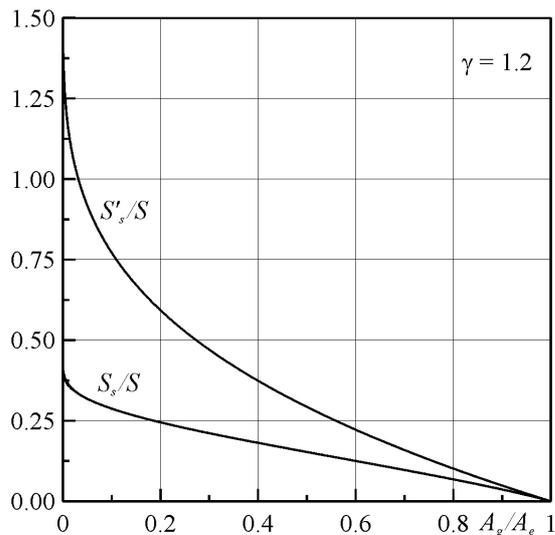


Fig.5.10– Rapporto tra la spinta generata dal divergente e la spinta totale in un ugello convenzionale ed in uno a spina

Il fluido nella sezione di gola ha cioè una componente di velocità positiva (ovvero diretta nella direzione opposta alla spinta) come rappresentato schematicamente in Fig.5.11, e ciò comporta che la parte subsonica dell'ugello, inclusa la camera di combustione, dà un contributo negativo alla spinta ammontante nelle condizioni esaminate a circa il 49%.

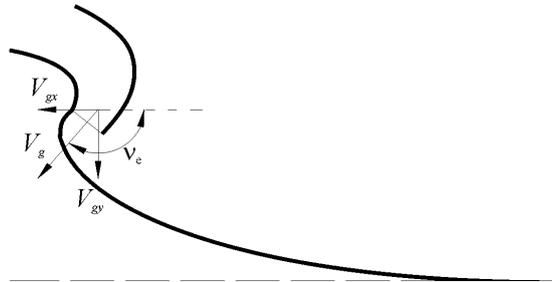


Fig.5.11– Componente negativa di velocità per $n_e > 90^\circ$

Una delle caratteristiche più importanti degli ugelli a spina risiede nella possibilità di troncare la spina stessa, accettando una modesta diminuzione della spinta, e quindi ottenere una riduzione dell'ingombro e del peso dell'intero apparato. Questo deriva dal fatto che, in un ugello a spina, la quasi totalità della spinta generata dal divergente è concentrata nel primo tratto, dove la pendenza della parete è maggiore e dove la pressione è più elevata. Al fine di dimostrare quanto appena affermato è possibile valutare la spinta raccolta da porzioni del divergente man mano crescenti. Con riferimento alla Fig.5.8, si sposti l'origine del sistema di riferimento in corrispondenza del primo punto del divergente, cioè il punto D . La spinta agente sulla parte di divergente compresa tra il punto D ed il generico punto situato a distanza x è data da:

$$S'_s(x) = - \int_0^x p dy \quad (5.14)$$

Invece della spinta, è opportuno fare riferimento al coefficiente adimensionale di spinta definito dalla seguente relazione:

$$C'_{S_s}(x_i) = \frac{S'_s(x_i)}{p_0 A_g} \quad (5.15)$$

Nel grafico di Fig.5.12 sono riportati gli andamenti del rapporto tra il coefficiente di spinta locale ed il coefficiente di spinta dell'intero divergente, C_{S_s} , sia nel caso di un ugello a spina che in quello di un ugello convenzionale troncoconico, quest'ultimo banalmente calcolato secondo la relazione:

$$C_{S_s}(x) = \frac{\gamma^*}{\sqrt{gRT_0}} [V(x) - V_g] + \frac{p(x)}{p_0} \frac{A(x)}{A_g} - \frac{p_g}{p_0} \quad (5.16)$$

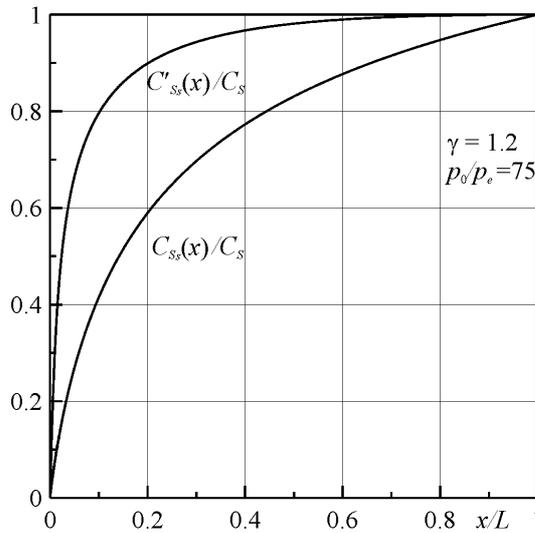


Fig.5.12– Rapporto tra il coefficiente di spinta parziale e quello relativo all'intero divergente in funzione della lunghezza totale del divergente stesso

Il diagramma mette in risalto il diverso modo secondo cui la spinta viene raccolta da un divergente convenzionale e da uno a spina; in quest'ultimo la quasi totalità della forza utile agisce sul primo tratto del divergente. Infatti, il 20% del divergente di un ugello a spina eroga circa il 90% della spinta dell'intero divergente contro solo il 60% di un ugello convenzionale.

Tenendo presente che il flusso lungo la spina è supersonico si capisce che eventuali modifiche del contorno del divergente non si ripercuotono a monte del punto dove tali modifiche sono state apportate. Ad esempio, quindi, facendo ancora riferimento alla Fig.5.12, troncando la spina al 50% della sua lunghezza, la spinta totale subisce una diminuzione dell'1% circa, diminuzione che è minore di quella dovuta alla non uniformità della vena dei gas all'efflusso nei divergenti di tipo troncoconico comunemente usati.

Infine, questa proprietà comporta il vantaggio notevolissimo di poter utilizzare effusori meno ingombranti di quelli tradizionali promovendo non solo una riduzione del peso bensì vantaggi di natura tecnologica derivanti anche dalla maggiore facilità di non dover raffreddare superfici di piccolo spessore.

V.5 Cenni sullo stato della ricerca

In questo paragrafo viene fatta una breve disamina dei lavori sperimentali condotti sulle diverse configurazioni di ugelli a spina. Un fatto fondamentale, che emerge dai dati presenti

in letteratura⁷⁹, è che le prove su tali effusori raramente sono state effettuate con gas combustibili, quanto piuttosto con aria calda o gas freddi. A tutt'oggi la campagna più vasta di sperimentazione condotta sui plug nozzle è quella nata nell'ambito del progetto dell'X-33, dimostratore in scala ridotta del 50% del Venture Star, i cui risultati purtroppo non sono stati resi noti.

Negli Stati Uniti la ricerca sugli ugelli di tipo avanzato ebbe inizio sul finire degli anni '50, ed era mirata essenzialmente alla conoscenza dei meccanismi di funzionamento di questi effusori di nuova concezione. Agli inizi degli anni '90 si è assistito ad un rigoglio della ricerca sugli ugelli a spina, nelle varie configurazioni (lineare, assialsimmetrica, clustered), in questo periodo volta a condurre prove sperimentali al banco (prove a caldo o fredde), o su prototipi destinati ad essere sperimentati in volo.

Questo rinnovato interesse è nato, come già ampiamente affermato, dall'introduzione del concetto di veicolo SSTO, ovvero di una navetta mono-stadio, completamente riutilizzabile, che dovrebbe sostituire l'attuale Space Shuttle.

Negli Stati Uniti, come già affermato, la ricerca si è spinta fino alla realizzazione di un motore completo, l'XRS-2200, concepito per il programma X-33. Le caratteristiche del motore sono indicate in Tab.5.1⁸⁰.

Tale programma, benché interrotto nel 2001, ha messo in luce le buone qualità del motore che ha dimostrato, al banco prova, di rispondere in pieno alle aspettative.

Propellenti	Ossigeno/Idrogeno	
Rapporto di miscelamento	5.5	
Rapporto tra le aree	58	
Pressione in camera	857 psia	
Spinta	al livello del mare	2047420 lb_f
	nel vuoto	2667230 lb_f
Impulso specifico	al livello del mare	339 s
	nel vuoto	436.5 s
Dimensioni	anteriori	134×90 in
	posteriori	42×90 in
	laterali	90 in

Tab.5.1– Caratteristiche del motore con ugello a spina lineare XRS-2200

In Europa lo studio sugli ugelli a spina è ripreso, dal 1995, con il programma *LION*, incentrato su prove a freddo di un ugello a spina lineare, inteso a comprendere il

comportamento fluidodinamico di base e a raccogliere dati sulle prestazioni dell'ugello a diverse pressioni, corrispondenti ad operazioni dal livello del mare fino all'alta quota.

Il programma è servito a dare la giusta importanza al corretto disegno della spina ed è stato inquadrato nel più vasto programma *FESTIP*, ovvero lo studio di un velivolo riutilizzabile, simile all'X-33.

In Russia negli anni '70 la ricerca sugli ugelli a spina di tipo assialsimmetrico ha raggiunto il suo picco. In quegli anni, in pratica, sono stati risolti tutti i principali problemi relativi a questo tipo di effusore. In seguito, negli anni '90, spinti dallo sviluppo del programma X-33, anche in Russia è cominciato lo studio, sia numerico che sperimentale, sugli ugelli a spina lineari.

In Giappone gli studi sono cominciati negli anni '90, con gli stessi obiettivi portati avanti in Europa e Russia. Oltre alla simulazione numerica, sono stati effettuati test sia con gas freddi sia caldi nell'ambito di sperimentazioni su ugelli con espansione sia esterna che interna/esterna. Anche in Giappone si è portato avanti uno studio su SSTO e TSTO.

In questo scenario sono da inquadrare le sperimentazioni condotte negli ultimi anni, in particolare quelle relative agli ugelli a configurazione lineare di cui si discuterà nel seguito.

Nel 2000 ricercatori russi⁸¹ hanno effettuato prove su due ugelli a spina lineari, condotte in una camera a pressione variabile per simulare le diverse condizioni di quota, utilizzando come gas aria sia calda che fredda.

La prima configurazione consisteva in un ugello bidimensionale a cella singola (la gola è di tipo rettangolare), mentre la seconda configurazione era di tipo clustered plug con moduli conici di forma circolare.

Il profilo della spina era progettato nel modo classico con il metodo delle caratteristiche, assumendo un efflusso omogeneo dai moduli; di fatto il reale efflusso dai moduli conici per la configurazione clustered e per l'ugello a cella singola era di natura multidimensionale. A causa di questo efflusso multidimensionale, sulla superficie della spina si formavano onde di compressione. Soprattutto per la configurazione clustered, le onde d'urto erano indotte dall'interazione dei getti che fuoriuscivano dai singoli moduli. Sulla superficie della spina si osservava una separazione del flusso per bassi rapporti di pressione.

La configurazione clustered mostrava prestazioni, in termini di spinta, notevolmente inferiori a quelle dell'ugello a spina a cella singola, con perdite addizionali dell'ordine del 4%.

Sempre nel 2000 ricercatori giapponesi⁸² hanno presentato un lavoro avente per oggetto le prove a freddo di due ugelli a spina lineari. Entrambi erano del tipo a cella singola, con un

condotto convergente-divergente a monte della spina e differivano per il disegno della spina stessa; in un caso essa era stata disegnata con il classico metodo delle caratteristiche, nell'altro la spina assumeva un andamento parabolico con angolo iniziale di 30° .

Il contorno della spina disegnata con il metodo delle caratteristiche assumeva uno scarico uniforme attraverso l'uscita, che era di tipo rettangolare.

Nell'ugello con la spina a contorno parabolico si osservava, attraverso le immagini Schlieren, una locale separazione di flusso, dove l'onda d'urto interna, strettamente connessa al contorno parabolico, incontrava la superficie della spina.

Il confronto tra le prestazioni dell'ugello a spina parabolica e dell'ugello a spina ideale mostrava perdite addizionali per il primo dell'ordine del 5%, per bassi rapporti di pressione.

Con questi ugelli si sono condotti anche esperimenti riguardanti la configurazione aerospike (getti attraverso la base) e verifiche delle variazioni di prestazioni dovute alla presenza o meno delle pareti laterali.

In Europa nell'ambito del programma FESTIP (1996) sono stati provati due ugelli a spina in configurazione lineare, il primo con espansione totalmente esterna, il secondo con espansione combinata interna ed esterna.

Nel caso dell'ugello ad espansione interna si è utilizzata una spina bidimensionale con contorno parabolico. Per il disegno della rampa della spina non venne considerato il fatto che l'efflusso proveniente dall'espansione interna non era omogeneo.

Mentre l'ugello a spina ad espansione esclusivamente esterna mostrava il comportamento atteso del flusso per differenti rapporti di pressione, per l'ugello ad espansione interna-esterna si osservava una compressione del flusso piuttosto intensa sulla superficie della spina a valle dell'uscita.

Per bassi rapporti di pressione si osservò anche una totale separazione di flusso, che determinava una perdita della caratteristica di adattabilità alla quota.

CAPITOLO VI

Progetto dell'Ugello e Prove Preliminari

VI.1 Gli obiettivi del progetto

Scopo del progetto è la costruzione di un ugello a spina funzionante con gas combustibili in condizione di sovraespansione, da provare sul razzo a propellenti ibridi del laboratorio di propulsione del DISIS⁸³. Questo permette, infatti, in modo piuttosto economico e, soprattutto, sicuro di utilizzare il razzo come generatore di gas combustibili da far effluire attraverso l'ugello.

I dati di partenza, in base ai quali è stata definita la geometria dell'ugello, in particolare modo per ciò che riguarda il contorno della spina, sono:

- la pressione in camera di combustione, con valore medio di 20 *atm* e massimo di 40 *atm*, che ha condotto alla scelta del rapporto di espansione di progetto $p_0/p_a = 75$, per ottenere una condizione di funzionamento sovraespanso con un ventaglio di espansione di ampiezza apprezzabile per ogni valore della pressione in camera di combustione;
- la temperatura di ristagno dei gas di scarico, il cui valore influenza le dimensioni della gola dell'ugello e soprattutto le specifiche dell'impianto di raffreddamento. Il valore di tale temperatura è stato stimato, per la combustione ibrida tra polietilene ed ossigeno gassoso, propellenti utilizzati nella sperimentazione, nel rapporto di miscelamento tipico riscontrato nelle prove sperimentali (circa $\frac{3}{4}$ di quello stechiometrico), per mezzo del codice CEA della NASA⁵⁸, intorno a 2500 ÷ 3000 *K*, il che ha determinato la scelta del sistema di raffreddamento ed il suo dimensionamento;
- il rapporto tra i calori specifici g , da cui dipendono tutti i rapporti caratteristici fondamentali, che determina in particolare modo il valore dell'angolo di rotazione della corrente dalla gola alla direzione orizzontale; anche per la valutazione di γ si è ricorsi al codice CEA ottenendo un valore pari circa a 1.2.

Fissati, dunque, il rapporto di espansione di progetto, la temperatura di ristagno ed il rapporto tra i calori specifici, il passo successivo è stato la scelta della configurazione generale dell'ugello, che deve adattarsi alla camera di combustione di forma cilindrica, con diametro interno di circa 130 *mm* (cfr. cap. II).

In base all'esperienza acquisita nel progetto del sistema di raffreddamento dell'ugello troncoconico ed in seguito ad un attento studio sulla fattibilità di raffreddare anche l'ugello a spina con il metodo rigenerativo, si è deciso di scartare la geometria assialsimmetrica, che di certo si adatta meglio alla camera, come detto anch'essa assialsimmetrica, ma che determina una serie di problematiche inerenti il raffreddamento della spina (essenzialmente rappresentate dalla difficile accessibilità alla sua parte interna) e relative alla sospensione della spina centrale al corpo dell'ugello, la qual cosa dovrebbe realizzarsi mediante dei supporti, investiti dai gas caldi e, perciò, sottoposti ad elevati sforzi meccanici e termici.

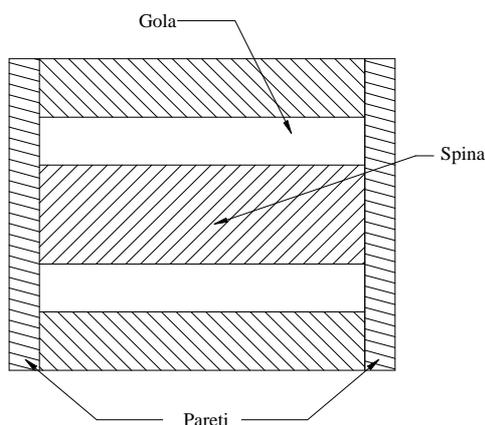


Fig.6.1– Sezione frontale schematica di un ugello a spina bidimensionale con pareti laterali

Si è deciso, allora, di adottare una geometria bidimensionale con pareti laterali, il che permette una maggiore flessibilità del sistema di raffreddamento, avendo a disposizione le pareti laterali per poter accedere alla spina e alle pareti del convergente, senza determinare un eccessivo innalzamento della temperatura del refrigerante, come si verificherebbe nel passaggio attraverso i supporti-tubi nel caso di una geometria assialsimmetrica. Inoltre con questa configurazione si è risolto il problema del supporto della spina, poiché quest'ultima viene montata tra le pareti laterali.

VI.1.1 Scelta e disegno del profilo della spina

Come illustrato nel paragrafo V.3, esistono diverse tecniche, più o meno accurate, per il tracciamento del profilo della spina. In questa sede si è scelto di utilizzare probabilmente quella più semplice, cioè il metodo basato sulla espansione alla Prandtl-Meyer che, si ricorda, è esatto nel caso di moto bidimensionale, stazionario, non viscoso e per condizioni di efflusso uniformi nella sezione di gola dell'ugello.

La tecnica restituisce le coordinate (5.6) adimensionalizzate rispetto all'altezza della gola, l_g , dei punti del profilo della spina ricavato, tramite un bilancio di massa, come linea di corrente. Per passare alle coordinate dimensionali bisogna, dunque, stabilire le dimensioni della gola in base alla portata di gas effluente nelle condizioni di progetto. Considerando il moto unidimensionale nella sezione di gola ed il gas non reagente, il valore dell'area di gola dell'ugello è stato determinato mediante la relazione:

$$A_g = \frac{\dot{m} \sqrt{gRT_0}}{p_0 \mathcal{Y}^*} \quad (6.1)$$

in cui R è la costante del gas e T_0 la temperatura di ristagno. Infine, le dimensioni della gola si deducono dall'area A_g secondo la relazione:

$$A_g = 2 b l_g \quad (6.2)$$

in cui b è la larghezza della spina ed il fattore 2 compare perché nella configurazione scelta l'espansione avviene simmetricamente su una superficie doppia. Nella (6.2) esiste un grado di libertà nella scelta dei due parametri larghezza ed altezza di gola. Entrambi vengono scelti in modo che, da un lato sia verosimile l'assunzione di moto bidimensionale garantendo, ovvero, che l'allungamento dell'ugello, b / l_g , risulti molto maggiore di uno, dall'altro tenendo conto del fatto che un'altezza di gola molto piccola comporta problemi costruttivi rilevanti. In definitiva, essendo $A_g = 189 \text{ mm}^2$, valore uguale a quello dell'area di gola dell'ugello convergente-divergente troncoconico usato per le prove sul razzo, si è posto $l_g = 2.25 \text{ mm}$, cui corrisponde un allungamento circa uguale a 19.

Temperatura di ristagno	$T_0 = 2500 \text{ K}$
Pressione di ristagno	$p_0 = 20 \text{ atm}$
Portata di massa effluente	$\dot{m} = 0.260 \text{ kg/s}$
Costante del gas	$R = 8314/23 \text{ J/kgK}$
Rapporto tra i calori specifici	$g = 1.2$
Rapporto di espansione	$p_0/p_e = 75$
Numero di Mach in uscita	$M_e = 3.245$
Rapporto tra le aree	$A_e/A_g = 9.545$
Angolo di rotazione della corrente	$n_e = 160.28^\circ$
Altezza di gola	$l_g = 2.25 \text{ mm}$
Larghezza della spina	$b = 42 \text{ mm}$
Lunghezza della spina	$L = 67.83 \text{ mm}$

Tab.6.1– Dati di progetto dell'ugello

Nella Tab.6.1 sono riportati i parametri più significativi del progetto dell'ugello raggruppati nelle caratteristiche del gas effluente, dati di espansione e caratteristiche geometriche.

In Fig.6.2 è riportato lo schema generale della spina con le principali misure, ed il profilo della spina stessa.

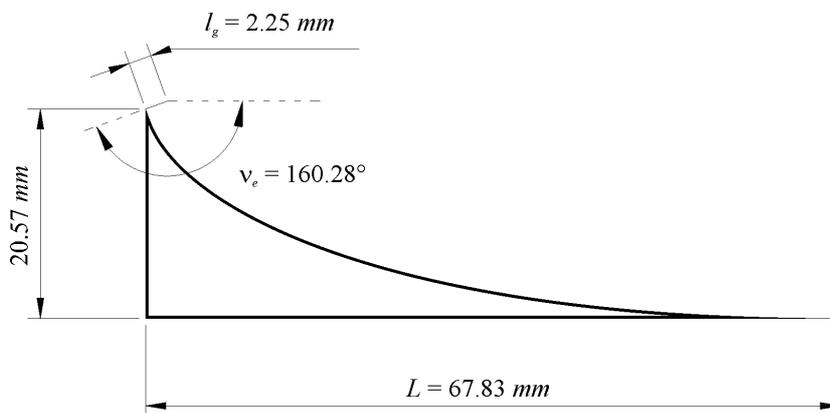


Fig.6.2– Dimensioni principali della spina

Guidati dall'esigenza di effettuare prove su una configurazione verosimile per applicazioni reali, si è deciso di praticare il troncamento della spina. Ciò, in verità, ha inoltre consentito di evitare le problematiche legate al raffreddamento ed alla resistenza meccanica della parte finale della spina stessa. Il troncamento è stato effettuato al 25% della lunghezza totale della spina (ovvero è stato troncato il 75% della spina). Tale valore è stato scelto tenendo conto che l'ugello è progettato per funzionare in maniera corretta con una pressione di ristagno pari a 75 atm . Il valore mediamente utilizzato nella camera di combustione del razzo ibrido è di 20 atm . Pertanto l'ugello funziona, per pressioni che oscillano intorno a tale valore, sempre in condizioni sovraespansive. Ebbene, con una pressione di ristagno pari a 20 atm , l'espansione intorno allo spigolo si arresta laddove la pressione raggiunge il valore di quella ambiente. Calcolando il valore della pressione attraverso ogni caratteristica, a partire dalla gola, si ricava la caratteristica per la quale la pressione è pari ad 1 atm , e da essa si risale al corrispondente punto sulla spina. Nel caso in esame tale punto è situato proprio al 25% della lunghezza totale della spina. Per valori di pressione in camera minori di 20 atm l'espansione, dunque, si arresta prima sulla spina, mentre, per valori superiori, l'espansione continua oltre il contorno della spina stessa.

Si ricorda che tale condizione risulta molto più interessante di quella adattata, in quanto permette di osservare una serie di fenomenologie relative all'andamento della corrente ed ai fenomeni sulla base.

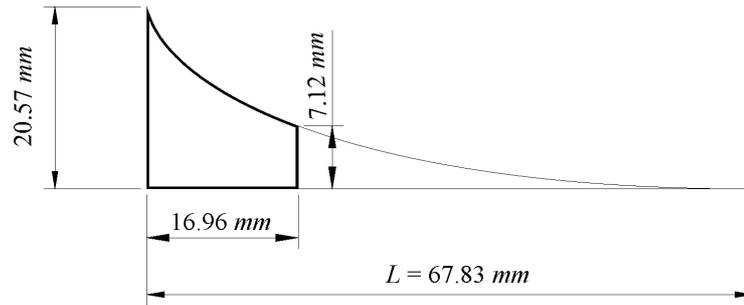


Fig.6.3– Spina troncata al 25% della lunghezza totale

VI.1.2 Definizione della geometria della gola e del convergente

Una volta definito il profilo della spina, si è proceduto alla definizione della geometria dell'intero ugello, ovvero della forma del condotto convergente ed in particolar modo della gola. I criteri utilizzati si basano sulle seguenti considerazioni.

Il progetto del condotto convergente, la cui geometria non è fortemente rilevante ai fini delle prestazioni dell'ugello, è stato guidato dalla necessità di minimizzare la superficie lambita dai gas e, dunque, da raffreddare. Per questo, assumendo la parete superiore del condotto dritta e parallela all'asse dell'ugello, l'inclinazione delle pareti inferiori è risultata notevolmente elevata e pari a 58° . Il raccordo tra la parete inferiore del condotto convergente e la parete della spina è stato realizzato attraverso una superficie cilindrica il cui raggio si è fissato pari a 5.5 mm .

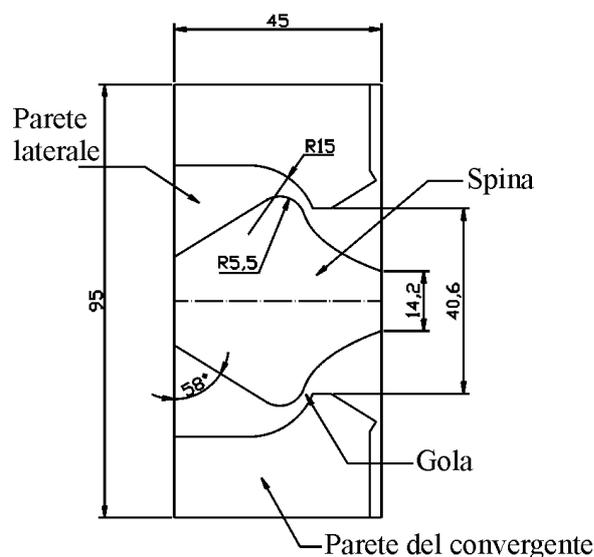


Fig.6.4– Schema generale dell'intero ugello e misure delle dimensioni principali

In gola il flusso termico risulta molto elevato a confronto con quello che si rileva nella gola di un ugello convergente-divergente con le medesime caratteristiche di espansione, e,

come vedremo in seguito, è dell'ordine delle decine di MW/m^2 . Nel caso in esame, inoltre, è presente una rotazione del flusso, per portare il vettore velocità dalla direzione orizzontale (in camera di combustione) a quella ortogonale alla sezione di gola, determinando una centrifugazione del flusso ed un ulteriore incremento del flusso di calore.

In base a queste considerazioni, si è cercato di disegnare il tratto finale del condotto convergente, cioè il raccordo tra il convergente e la spina, con un raggio il più grande possibile, cercando tuttavia di non aumentare eccessivamente la superficie delle pareti, visto che ogni parte esposta ai gas caldi, deve essere opportunamente raffreddata.

La logica di base che ha guidato nella definizione di ciascun componente dell'ugello è stata la necessità di concepire un insieme modulare allo scopo di consentire lo smontaggio delle singole parti al fine di ispezionare periodicamente i circuiti di raffreddamento.

L'unica parte inaccessibile è la spina costituita dai gusci superiore ed inferiore saldati su un blocco centrale: in questo caso è stato necessario per evitare l'intrusione di viti e parti esposte al flusso.

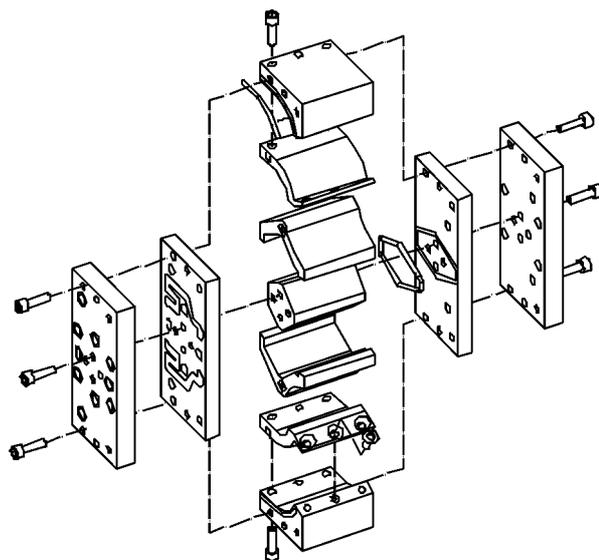


Fig.6.5– Esploso dell'ugello e parti principali

Tutte le parti che compongono l'ugello sono state progettate essenzialmente intorno al sistema di raffreddamento, per assicurare che in nessun punto dell'ugello, esposto ai gas caldi, ci siano zone non lambite dal refrigerante. I componenti principali possono, dunque, essere così raggruppati:

- pareti laterali, costituite, ciascuna, da due blocchi parallelepipedi in cui sono scavati i canali di raffreddamento;
- pareti della spina, saldate su un blocco centrale in acciaio;

- pareti del convergente, anch'esse costituite, ciascuna, da due blocchi;
- flangia circolare di accoppiamento con la camera di combustione, unica a non essere refrigerata.

Tutti i pezzi sono assemblati sulle pareti laterali che assolvono, quindi, il duplice compito di elemento strutturale di sostegno e, nello stesso tempo, impediscono lo sfiato laterale.

L'ugello è stato realizzato con un'elevata precisione (basse tolleranze) e con macchine a controllo numerico impiegate per la lavorazione della spina.

In base ai criteri su esposti, l'ugello ha assunto la geometria riportata in Fig.6.4, mentre in Fig.6.5 è riportato un disegno dell'esploso dell'ugello, in cui è possibile vedere quali sono le principali parti che lo compongono ad esclusione della flangia.

VI.2 Dimensionamento del sistema di raffreddamento

Il parametro fondamentale necessario per il dimensionamento del sistema di raffreddamento è il flusso termico sulle pareti. Una stima di tale parametro è stata effettuata ricorrendo ad una simulazione numerica eseguita col FLUENT, di cui si darà un accenno successivamente. Va qui detto che è stata considerata una miscela di gas reagenti in moto turbolento e compressibile su una geometria bidimensionale piana con parete adiabatica alla temperatura di 600 K (coincidente con l'effettiva temperatura media della parete). Il risultato, per il caso di $p_0=20\text{ atm}$, è rappresentato nella figura seguente.

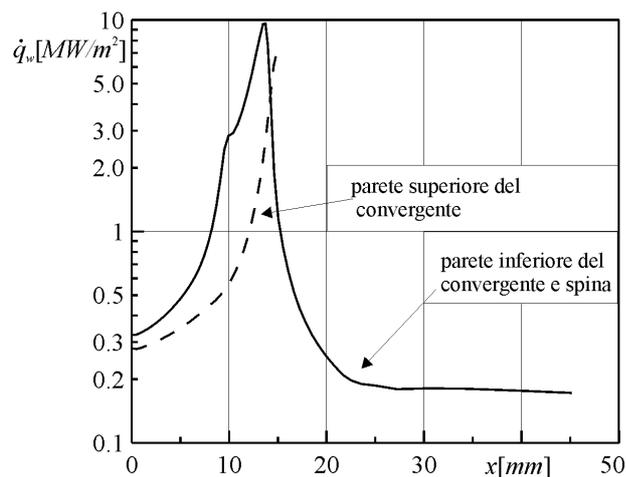


Fig.6.6– Distribuzione del flusso termico sulla parete della spina e quelle del convergente

Il flusso di calore massimo in tale condizione si verifica, ovviamente, in prossimità della gola e risulta pari a circa 9.5 MW/m^2 . Tale elevato valore impone requisiti molto stringenti al sistema di raffreddamento.

Si è deciso di utilizzare come materiale per la costruzione delle parti dell'ugello direttamente investite dai gas caldi una lega di rame composta da $Cu-Cr-Zr$, (rame-cromo-zirconio) nelle seguenti percentuali:

$Cr\ 0.5 \div 1.2\%$;

$Zr\ 0.04 \div 0.2\%$.

Questo lega, già adoperata per la costruzione dell'ugello troncoconico, ha una elevata conducibilità termica ($320\ W/mK$) e migliori caratteristiche meccaniche rispetto al rame, necessarie per resistere, ad alte temperature, agli sforzi generati dall'elevata pressione.

Le superfici esposte ai gas sono state cromate a spessore (spessore intorno a $10\ \mu m$), per proteggere il rame dall'ossidazione, potendosi ottenere in talune fasi della combustione (all'accensione ad esempio) un'atmosfera molto ossidante.

Le restanti parti dell'ugello, non direttamente esposte ai gas caldi, sono state realizzate in acciaio AISI 316.

I condotti del sistema di raffreddamento sono stati concepiti a sezione trapezoidale irregolare e corrono lungo le superfici della spina e del convergente formando delle serpentine con canali ad inversione ad "U". In Fig.6.7 sono riportate le viste della parete della spina e del convergente; da queste è possibile distinguere il percorso del refrigerante che viene iniettato in prossimità della gola.

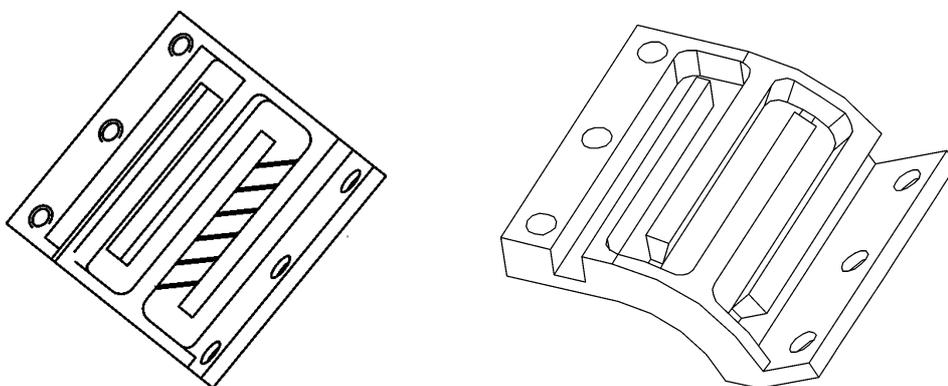


Fig.6.7– A sinistra: vista della parete della spina con condotti di raffreddamento; a destra: vista della parte superiore del convergente

Lo spessore, s , della parete di interfaccia tra i gas ed il refrigerante è stato fissato ad un valore pari a $2.25\ mm$, tenendo conto del fatto che per valori più piccoli si sarebbe avuto un innalzamento inaccettabile della temperatura del refrigerante, mentre per valori maggiori un eccessivo innalzamento della temperatura della parete.

Come refrigerante è stata scelta l'acqua (comune acqua di rubinetto), il che, oltre ad semplificare il progetto, comporta un costo per l'intero impianto di raffreddamento molto basso.

Per il calcolo delle temperature di parete lato gas (T_{wg}) e lato liquido (T_{wl}), si è proceduto, assumendo un modello unidimensionale, nel seguente modo. Noto il flusso di calore, si è calcolata la potenza termica da scambiare \dot{Q} , integrando il flusso stesso lungo i tratti di parete corrispondenti ai singoli canali (Fig.6.8).

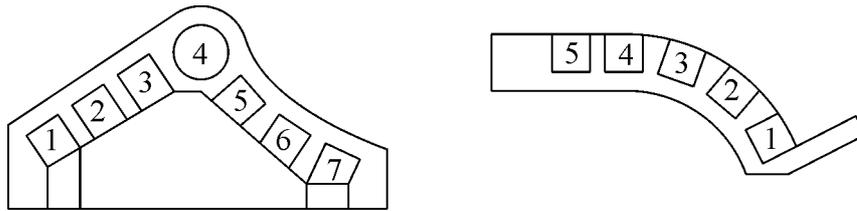


Fig.6.8– Schema e numerazione dei canali di raffreddamento: a sinistra parete inferiore del convergente e spina, a destra parete superiore del convergente

Imponendo un certo valore per la portata di refrigerante \dot{m}_i , si è ricavata la temperatura in uscita da ogni condotto, che rappresenta, nello stesso tempo, la temperatura all'ingresso del condotto consecutivo:

$$T_{l_i} = \frac{\dot{Q}_i}{c_l \cdot \dot{m}_i} + T_{l_{i-1}} \quad (6.3)$$

in cui T_i è la temperatura dell'acqua all'uscita del condotto, c_l è il calore specifico dell'acqua ed il pedice i si riferisce alle grandezze relative al condotto i -esimo.

Una volta definite le caratteristiche geometriche dei singoli condotti, ovvero le lunghezze ed in particolare il diametro idraulico D , si sono calcolati la velocità del fluido nei condotti ed il numero di Reynolds:

$$Re_i = \frac{V_i \cdot r_l \cdot D_i}{\eta}$$

dove V_i è la velocità media nel condotto i -esimo, r_l la densità dell'acqua (954 kg/m^3) e η la sua viscosità dinamica ($2.53 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m s}$) entrambe valutate alla temperatura media di $100 \text{ }^\circ\text{C}$ ed alla pressione di 30 atm .

Infine, con la relazione di Dittus–Boelter⁸⁴, si è calcolato il coefficiente di scambio termico convettivo nei condotti attraversati dall'acqua, h_i :

$$h_i = 0.023(Re_i)^{0.8} \left(\frac{\mathbf{m}_l \cdot c_l}{k_l} \right)^{0.4} \frac{k_l}{D_i} \quad (6.4)$$

dove k_l e c_l sono, rispettivamente, la conducibilità termica ($680 \cdot 10^{-3} \text{ W/m K}$) ed il calore specifico dell'acqua (4207 J/kg K).

Per il calcolo delle temperature di parete dal lato del gas (T_{wg}), e dal lato del liquidi (T_{wl}), si sono utilizzate le seguenti relazioni:

$$T_{wg_i} = T_{aw} - \frac{T_{aw} - T_{l_i}}{1 + h_g \left(\frac{s}{k} + \frac{1}{h_l} \right)} \quad (6.5)$$

$$T_{wl_i} = T_{l_i} + \frac{T_{aw} - T_{l_i}}{1 + h_l \left(\frac{s}{k} + \frac{1}{h_g} \right)}$$

avendo indicato con T_{aw} la temperatura di parete adiabatica del gas. Tali relazioni si ricavano imponendo l'uguaglianza dei flussi di calore che dal gas, attraversando la parete, giungono al liquido, secondo la relazione:

$$\dot{q}_w = h_g (T_{aw} - T_{wg}) = \frac{k}{s} (T_{wg} - T_{wl}) = h_l (T_{wl} - T_l) \quad (6.6)$$

in cui \dot{q}_w è il flusso termico, k la conducibilità termica del materiale ed h_g il coefficiente di scambio termico convettivo del gas.

Il procedimento è stato affrontato iterativamente variando la portata di liquido in modo che la temperatura di parete dell'acqua fosse sufficientemente al di sotto della temperatura di ebollizione alla pressione data.

Fissando la temperatura dell'acqua in ingresso a 293 K , le temperature finali ricavate, per quanto riguarda la spina, con riferimento alla Fig.6.8 sono:

$$T_{11} = 322 \text{ K}$$

$$T_{17} = 329 \text{ K}$$

mentre per quanto riguarda la parete del convergente, con riferimento alla stessa figura:

$$T_{15} = 315 \text{ K}$$

In Fig.6.9 è riportato l'andamento delle due temperature lungo l'ascissa fissata sull'asse di simmetria dell'ugello. A tali valori corrisponde una velocità media dell'acqua di 32.5 m/s e, avendo scelto un diametro idraulico medio di 4.5 mm , una portata d'acqua di 31 lit/min . Si noti che, stimando le perdite di carico lungo il circuito di raffreddamento, si è calcolato un

valore massimo della pressione all'interno dei circuiti di circa 35 atm cui corrisponde una temperatura di ebollizione dell'acqua di 525 K.

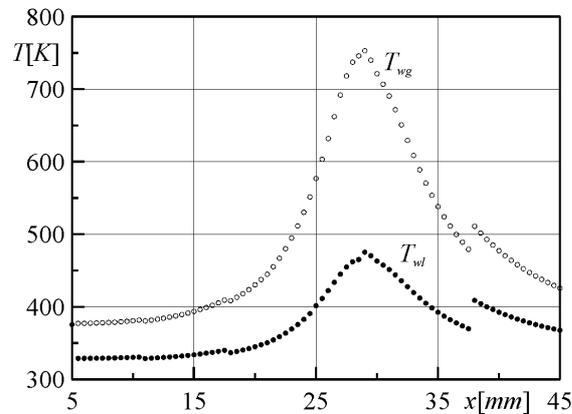


Fig.6.9– Temperatura di parete lato gas e lato liquido

Si noti che le discontinuità presenti nell'andamento delle temperature sono dovute alla natura a tratti dei canali di raffreddamento, nel senso che il calcolo è stato effettuato solo in corrispondenza dei canali, tralasciando le zone di parete tra un canale e l'altro.

Per incrementare lo scambio termico, sono stati posizionati alcuni “rib” sulle superfici interne dei condotti più vicini alla gola, sia sulla spina che sulle pareti superiori e inferiori del convergente. Tale tecnica è, infatti, comunemente utilizzata nel raffreddamento delle palette di turbina dei moderni motori aeronautici⁸⁵.

I rib sono alti 0.4 mm, all'incirca il 10% del diametro idraulico medio (4.5 mm), e sono distanziati tra loro di 3 mm; l'angolo di inclinazione, rispetto alla direzione del flusso del refrigerante, è di 45°. Con questi rib ci si aspetta un incremento del coefficiente di scambio termico convettivo da due a quattro volte rispetto a quello che si ha nel caso di condotto liscio, cioè, in altri termini, rispetto a quello calcolato con la (6.4).

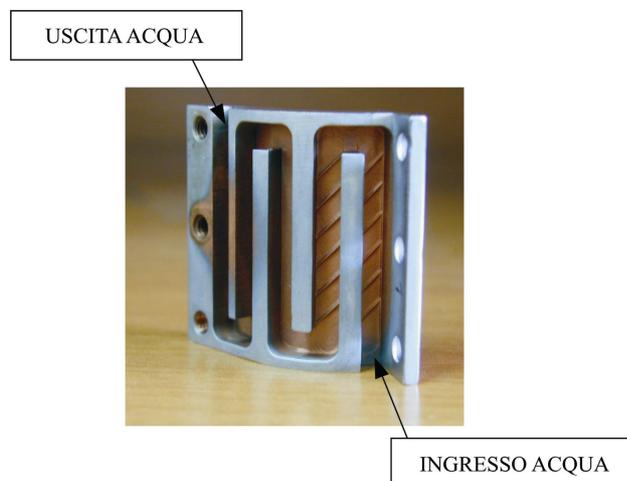


Fig.6.10– Particolare dei rib presenti nei primi due canali di una delle pareti del convergente

In Fig.6.10 si può osservare, dalla fotografia, la forma assunta dal circuito di raffreddamento di una delle due pareti superiori del convergente (Fig.6.7 a destra), e la disposizione dei rib posizionati, come detto, nei primi due canali e costruiti per elettroerosione.

Infine, in Fig.6.11 sono riportati due disegni che descrivono la geometria dei canali del sistema di raffreddamento, in cui sono stati evidenziati i punti di ingresso e di uscita del refrigerante. Gli ingressi, sia per il circuito che raffredda la spina, che per quello che raffredda le due pareti superiori del convergente, sono stati posti in corrispondenza della gola, ovvero dove il flusso termico è più intenso, per garantire un raffreddamento più efficace.

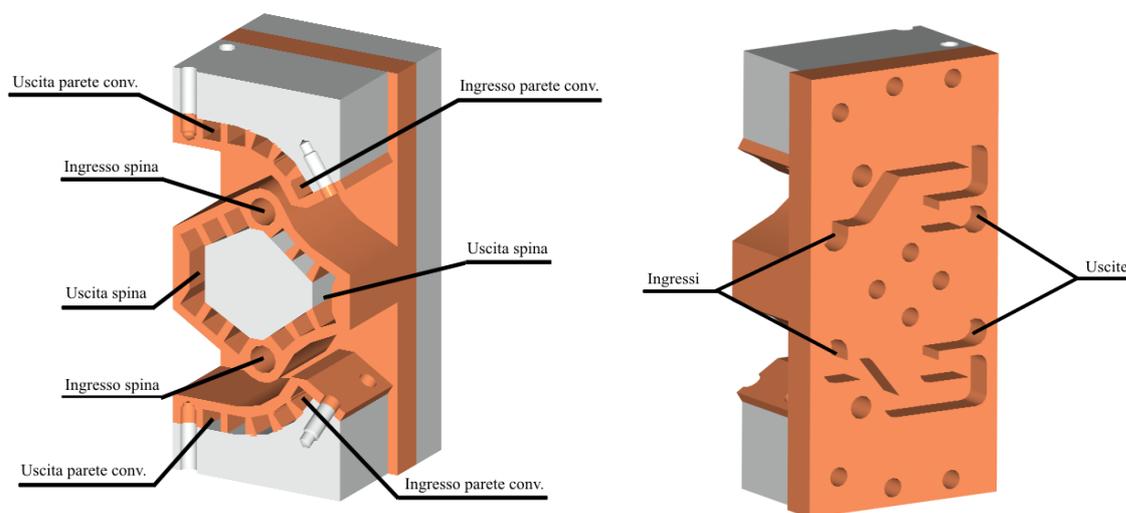


Fig.6.11– A sinistra: sezione con vista dei canali di raffreddamento della spina e delle pareti del convergente; a destra: canali di raffreddamento di una delle pareti laterali

In base al calcolo delle perdite di carico si è deciso di dividere l'intero impianto di raffreddamento in due circuiti distinti: uno provvede al raffreddamento dell'intera spina, delle pareti inferiori del convergente e di una delle due pareti laterali; l'altro serve a raffreddare le due pareti superiori del convergente e l'altra parete laterale. Il collegamento tra i due circuiti di raffreddamento è realizzato mediante dei tubi flessibili (con elevato raggio di curvatura) ad alta pressione. Questa scelta è stata dettata, naturalmente, dalla necessità di ridurre le perdite di carico. Cosicché si utilizzano due pompe che alimentano separatamente i due circuiti. Tra le varie pompe in commercio si è scelto una pompa multistadio (14 stadi) del tipo TK per alte pressioni (fino a 40 atm).

Allo scopo di proteggere la parte posteriore della flangia di accoppiamento tra l'ugello e la camera di combustione, non raffreddata, e la superficie della spina che volge verso la camera, entrambe investite direttamente dalla fiamma, si utilizzano delle protezioni termiche,

opportunamente modellate per ricalcare le forme dell'ugello, le quali hanno la caratteristica di carbonizzare restando però intatte per tempi sufficientemente lunghi. A proposito delle protezioni termiche, v'è da dire che, nelle prime prove a pressione intorno a 20 atm , non essendo state incollate sulle superfici da proteggere, si è verificata un'infiltrazione dei gas combusti che ha provocato la fusione della flangia e di una delle pareti laterali dell'ugello. In seguito, operando un incollaggio adeguato delle protezioni, si è riusciti ad evitare infiltrazioni ed il problema è stato risolto.

VI.3 Le prove sperimentali ed i risultati preliminari

Le prime prove sperimentali sono state condotte, in sostanza, con l'obiettivo di verificare che il sistema di raffreddamento si comportasse efficientemente e, nello stesso tempo, di effettuare un confronto preliminare con i risultati del modello numerico implementato. A tal fine si è utilizzato il FLUENT per la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes mediate, nel caso di regime turbolento di una miscela di gas reagenti in moto bidimensionale piano. Il modello di turbolenza utilizzato è quello di Spalart-Allmaras⁸⁶ che sembra essere quello meno oneroso dal punto di vista computazionale poiché prevede la risoluzione di una sola equazione aggiuntiva. Infine, per la velocità di creazione/distruzione delle specie si è scelto il modello di Arrhenius.

Dalle prove a caldo si sono ricavati dati relativi alla spinta, alla pressione in camera di combustione e alle temperature dell'acqua in uscita dai circuiti di raffreddamento a scopo puramente preventivo.

In Fig.6.12 è riportato l'andamento della pressione rilevata in camera di combustione e della spinta durante una delle prove.

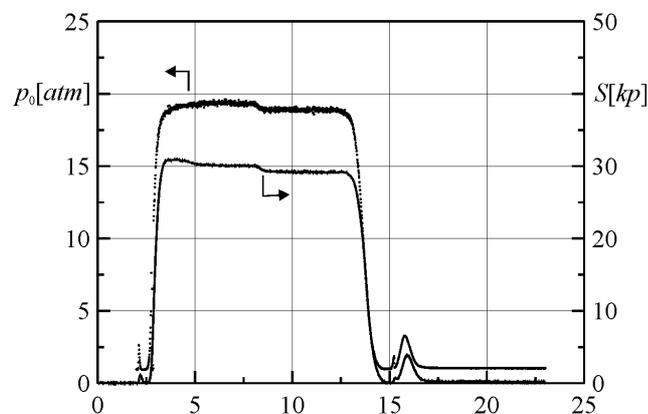


Fig.6.12– Pressione in camera di combustione e spinta in funzione del tempo

Dall'andamento delle grandezze misurate è possibile dedurre che durante la prova in esame si sono raggiunte le condizioni di quasi-stazionarietà, il che consente di fare considerazioni sul coefficiente di spinta misurato e confrontarlo con quello di un ugello convenzionale calcolato teoricamente.

Le temperature sono state rilevate all'uscita del circuito di raffreddamento della spina e all'uscita di quello di una delle pareti superiori del convergente, nonché ad uno degli ingressi per valutarne il salto. Nel grafico di Fig.6.13 sono riportati gli andamenti in funzione del tempo dell'innalzamento della temperatura tra uscita ed ingresso dei circuiti.

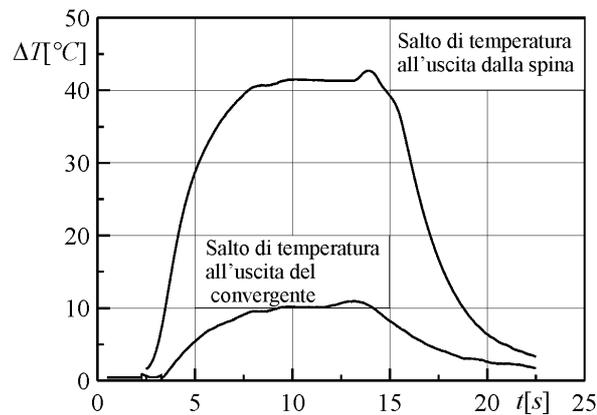


Fig.6.13– Temperatura dell'acqua di raffreddamento all'uscita di due dei condotti

Come si può notare, il circuito di raffreddamento più sollecitato è quello relativo alla spina, dove, infatti, è più elevato il flusso termico. Si è, qui, rilevato un ΔT pari a 42 °C; per l'altro circuito il ΔT misurato è pari a 11 °C.

Dai valori medi della spinta e della pressione in camera è possibile calcolare il coefficiente di spinta C_S mediante la (5.15) in cui, naturalmente, a numeratore compare la spinta totale.

In Tab.6.2 sono riportati i valori di pressione, portata di ossigeno e spinta misurati durante le prove effettuate, nonché i valori dei coefficienti di spinta C_S , calcolati a partire da questi dati.

p_0 (atm)*	\bar{m}_{ox} (kg/s)*	\bar{S} (N)*	C_S^*
13.8	0.081	266	1.006
19.11	0.095	291	0.795
23.01	0.114	356	0.808

* Valori medi durante una prova

Tab.6.2– Valori misurati durante le prove

I valori misurati del coefficiente di spinta si sono confrontati con quelli calcolati attraverso la simulazione numerica. Precisamente, dalla distribuzione della pressione della velocità e della densità, mediante il bilancio della quantità di moto si è calcolate la spinta S agente sul razzo, tramite la relazione:

$$\frac{S}{2} = b \int_B^C \mathbf{r} V_x \underline{V} \cdot \underline{n} ds + b \int_B^C (p - p_a) n_x ds + b \int_A^B (p - p_a) n_x ds + b \int_C^D (p - p_a) n_x ds \quad (6.7)$$

dove con b si è indicata la larghezza dell'ugello (42 mm), e gli estremi di integrazione sono indicati in Fig.6.14.

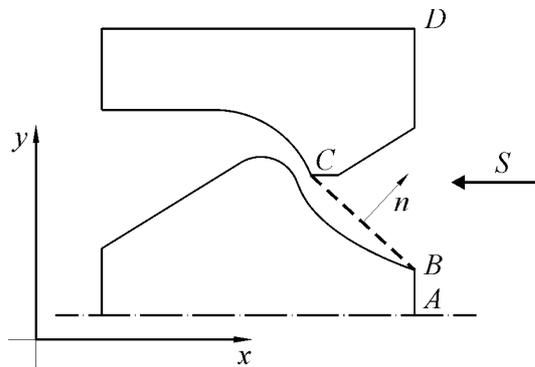


Fig.6.14– Schema per il calcolo della spinta erogata dall'ugello

In Tab.6.3 sono riportati i risultati di questi calcoli

p_0 (atm)	S (N)	C_s
14	228	0.850
19	324	0.890
23	415	0.942

Tab.6.3– Valori calcolati mediante simulazione numerica

Il massimo scostamento percentuale che si verifica è pari al 16.5% ed è certamente confrontabile con l'incertezza dei dati sperimentali. Comunque si può ipotizzare che un miglior accordo si possa ottenere affinando il modello di combustione utilizzato non essendo, quest'ultimo, completo poiché non comprende tutte le possibili specie che si formano durante la combustione, né esatto, non esistendo dati sperimentali sulla composizione dei gas della combustione che permettano di verificarne la veridicità.

È stato, dunque, effettuato il confronto tra i valori del coefficiente di spinta dell'ugello a spina e quelli di un ugello di tipo convenzionale a campana avente le stesse caratteristiche di espansione, al variare del rapporto p_0/p_a . L'ugello convenzionale, allora, sarà progettato per funzionare in maniera corretta per il medesimo rapporto di espansione ($p_0/p_a = 75$) e per

$g = 1.2$ (valore stimato del rapporto dei calori specifici della miscela di gas all'ingresso dell'ugello). Il coefficiente di spinta di tale ugello, per funzionamento corretto e gas non reagente, è pari a 1.609. L'andamento del coefficiente di spinta in funzione del rapporto p_0/p_a è stato calcolato considerando la presenza delle onde d'urto che si generano per determinati valori di tale rapporto, ed è rappresentato nel diagramma di Fig.6.15.

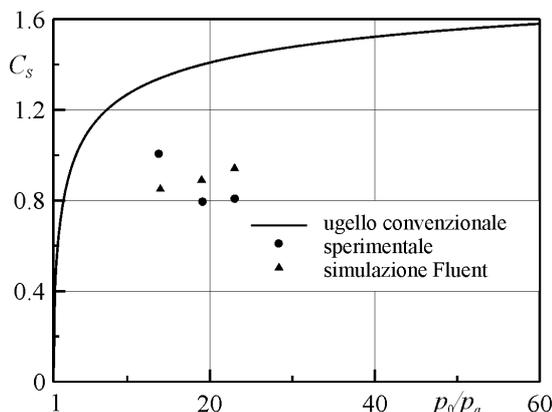


Fig.6.15– Confronto tra il C_s di un ugello convenzionale e quello dell'ugello a spina

Bisogna osservare che, allo scopo di effettuare un confronto significativo tra le prestazioni dell'ugello a campana e quelle dell'ugello a spina, è stato necessario epurare i dati misurati dal contributo alla spinta derivante dalla forza di pressione agente sulla superficie CD. Infatti, tale forza dipende dalla particolare configurazione costruttiva dell'ugello e, di conseguenza, costituisce una caratteristica non oggettiva. Oggettiva, invece, è la configurazione della superficie ABC poiché dipende soltanto dal metodo di disegno della spina e dall'entità del troncamento scelto. Di fatto, tuttavia, i valori del coefficiente di spinta restano praticamente immutati poiché sulla superficie AC la pressione è pressappoco uguale a quella ambiente e l'unico contributo significativo alla spinta è, perciò, quello derivante dall'integrale esteso ad AB.

Premettendo che ogni tipo di analisi sarebbe azzardata sulla base di tre soli punti sperimentali, è, però, possibile avanzare il confronto tra il diagramma in esame e quello di Fig.5.4. In particolare, probabilmente, i punti sperimentali cadono proprio nella regione in cui si verifica il decadimento delle prestazioni dovuto alla transizione dal regime di open wake a quello di closed wake.

In conclusione, nonostante al momento il numero di prove sia affatto esiguo, sembra dimostrata l'efficienza del sistema di raffreddamento progettato e, quindi, la possibilità di effettuare un numero maggiore di prove sperimentali, soprattutto per valori più bassi del rapporto p_0/p_a al fine di verificare la crescita del C_s .

BIBLIOGRAFIA

- 1 Marxman G.A., Gilbert M., "Turbulent boundary layer combustion in the hybrid rocket", Ninth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1963
- 2 Sutton G.P., "Rocket Propulsion Element", 6th Ed., Jhon Wiley & Sons Inc., 1992, pp. 22-62; 502-520
- 3 Davidoff B., Skogby S. et al. "Russia in space", indirizzo web <http://www.russia-in-space.com>
- 4 Green L. Jr, "Introductory considerations on hybrid rocket combustion", AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics: Heterogeneous Combustion, Academic Press, New York, 1964
- 5 Lutz, O., "Vergleichsbetrachtungen und Treistofffragen bei R-Antreiben", Akademie fur Luftfahrtforschungen, 1943; Opera citata in rif. 4
- 6 Marxman G.A., Wooldridge C.E., Muzzy R.J., "Fundamentals of hybrid boundary layer combustion", AIAA paper No. 63-505, Heterogeneous Combustion Conference, December 1963
- 7 Houser T.J., Peck M.V., "Research in hybrid combustion", AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics: Heterogeneous Combustion, Academic Press, New York, 1964
- 8 Romoalli K., Dowler W., "A helping HAN for hybrid rockets", Aerospace America, January 1995
- 9 Pugibet M., Moutet H., "On the use of hydrogen peroxide as oxidizer in hybrid systems", NASA Technical translation, NASA TT F-13034, May 1970
- 10 Monti R., Mazzola M., "Continuous regression rate measurements in hybrid rockets", in "Experimental Diagnostics in Combustion of Solids", Boggs T.L. and Zinn B.T., Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 63, 1978
- 11 Altman D., Humble R., "Space Propulsion Analysis and Design", Mc Graw-Hill, 1995, pp. 390-400
- 12 Rohrbaugh E.M., "Hybrid rockets", Aerospace America, December 2001
- 13 Vincent B., "Hybrid rockets", Aerospace America, December 1996
- 14 Fink L., "Hybrid rockets", Aerospace America, December 1998

- 15 Knuth W.H., Chiaverini M.J., Sauer J.A., Gramer D.J., “Solid-fuel regression rate behaviour of vortex hybrid rocket engines”, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 18, No. 3, May-June 2002
- 16 Orbital Technologies Corporation, Space Center, 1212 Fourier Drive Madison, WI 53717, indirizzo web <http://www.orbitec.com>
- 17 Russo Sorge A., “State of the art of hybrid propulsion research in Italy”, The 8th International Workshop on Combustion and Propulsion, Naples, June 2002
- 18 Altman D., “Highlights in hybrid rocket propulsion”, 8th International Workshop on Combustion and Propulsion, Rocket propulsion: Present and Future, Naples, June 2002
- 19 Maisonneve Y., Lengellé G., “Hybrid propulsion: past, present and future perspectives”, 8th International Workshop on Combustion and Propulsion, Rocket propulsion: Present and Future, Naples, June 2002
- 20 Hagemann G., Immich H., Dumnov G., “Critical assessment of the linear plug nozzle concept”, AIAA paper No. 2001-3683, 37th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Salt Lake City, July 2001
- 21 Penner, S.S., “Chemical rocket propulsion and research”, Gordon and Breach, New York, 1962; Opera citata in rif. 4
- 22 Burke S.P., Shumann T.E.W., “Diffusion flames”, *Ind. Eng. Chem.*, 1928
- 23 Spalding D.B., “A standard formulation of the steady convective mass-transfer problem”, *Intern. J. Heat and Mass Transfer* 1, 1960
- 24 Lees L., “Convective heat transfer with mass addition and chemical reactions”, *Combustion and Propulsion: 3rd AGARD Colloquium*, Pergamon Press, New York, 1958
- 25 Marxman G.A., Wooldridge C.E., “Research on the combustion mechanism of hybrid rocket”, Combustion and Propulsion Panel, AGARD, NATO, April 1965
- 26 Schlichting H., “Boundary layer theory”, 7th Ed., Mc Graw-Hill Inc., 1987, pp. 135-144; 596-602; 635-640
- 27 Wooldridge C.E., Muzzy R.J., “Measurements an a turbulent boundary layer with porous wall injection and combustion”, Tenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1965

- 28 Marxman G.A., "Combustion in the turbulent boundary layer on a vaporizing surface", Tenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1965
- 29 Chiaverini M.J., Serin N., Johnson D.K., Yeu-Cherng Y., Kuo K.K., Risha G., "Regression rate behaviour of hybrid rocket solid fuel", Journal of Propulsion and Power, Vol. 16, No. 1, January-February 2000
- 30 Strand L.D., Jones .D. and Ray R.L., "Characterization of hybrid rocket internal heat flux and HTPB fuel pyrolysis", AIAA paper No. 94-2876, 30th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Indianapolis, June 1994
- 31 George P., Krishnan S., Varkey P.M., Ravindran M., Ramachandran L., "Fuel regression rate in Hydroxyl-Terminated-Polybutadiene/Gaseous-Oxygen hybrid rocket motors", Journal of Propulsion and Power, Vol. 17, No. 1, January-February 2001
- 32 Marxman G.A., "Boundary layer combustion in propulsion", Eleventh Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1967
- 33 Kosdon F.J., Williams F.A., "Pressure dependence of nonmetalized hybrid fuel regression rates", AIAA Journal, Vol. 5, No. 4, April 1967
- 34 Smoot L.D., Price C.F., "Regression rates of nonmetalized hybrid fuels systems", AIAA Journal, Vol. 3, No. 8, August 1965
- 35 Smoot L.D., Price C.F., "Pressure dependence of hybrid fuel regression rates", AIAA Journal, Vol. 5, No.1, January 1967
- 36 Wooldridge C.E., Marxman G.A., Kier R.J., "Investigation of combustion instability in hybrid rockets", NASA internal report, contract NAS 1-7310, Stanford Research Inst., 1969
- 37 Muzzy R.J., "Applied hybrid combustion theory", AIAA paper No. 72-1143, 8th Joint Propulsion Specialist Conference, New Orleans, December 1972
- 38 CNR-UNI 10023 "Misure di portata di correnti fluide a mezzo di diaframmi, boccagli o venturimetri inseriti su condotte in pressione a sezione circolare", Novembre 1979
- 39 Torella G., Liccardo F., Russo Sorge A., "Software for a hybrid rocket test bench control", 36th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Huntsville, July 2000
- 40 Gilardoni A., Gilardoni C., Gilardoni A.P., "Defectologia o controlli non distruttivi cnd", Ed. Gilardoni S.p.A., Como, 1971, pp. 75-87
- 41 Carlin B., "Ultrasonics", Mc Graw-Hill, New York, 1949, pp. 1-54

- 42 Uglietti G.A., “Gli ultrasuoni: teorie, apparecchi e schemi, applicazioni chimico fisiche”, Hoepli, Milano, 1952, pp. 15-51
- 43 Traineau J.C. and Kuentzmann P., “Ultrasonic measurements of solid propellant burning rates in nozzleless rocket motors”, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 2, No. 3, 1986
- 44 Cauty F., “Non-intrusive measurement methods applied to energetic material regression rate determination”, 2nd International high energy Material Conference and Exhibit, Cheennai, India, December 1998
- 45 Hafenrichter T.J., Murphy J.J., Krier H., “Ultrasonic Measurement of the Pressure-coupled response function at low frequency for composite solid propellants”, AIAA paper No. 2002-4169, 38th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Indianapolis, July 2002
- 46 Russo Sorge A., Carmicino C., “Pressure and temperature effect on regression rate measurements by an ultrasonic transducer in a hybrid rocket”, 3rd ISAS-TEMPE Joint Workshop on Space Propulsion and Related Materials, Bonassola, Italy, June 2001
- 47 Russo Sorge A., Carmicino C., “Regression rate measurements in solid fuel hybrid rockets”, XVI Congresso Nazionale AIDAA, Palermo, Settembre 2001
- 48 Rosenthal D., “The theory of moving sources of heat and its application to metal treatments”, *Transaction of the A.S.M.E.*, November 1946, pp. 849-854
- 49 De Wilde J.P., “The pyrolysis of polymethylmethacrylate during combustion in a solid fuel combustion chamber”, Report PML 1987-C142, Delft University of Technology, 1987
- 50 Russo Sorge A., Carmicino C., “Regression rate measurements in a hybrid rocket”, 6th International Symposium AAAF on “Propulsion for Space Transportation of the XXIst century”, Versailles, May 2002
- 51 Carmicino C., Nocito A., De Crescenzo G., Paterna D., Russo Sorge A., “Numerical flowfield analysis and experimental tests on a two dimensional plug nozzle working in overexpanded conditions”, 8th International Workshop on Combustion and Propulsion, Naples, June 2002
- 52 Serin N., Chiaverini M.J., Harting G.C., Kuo K.K., “Pressure correction of ultrasonic regression rate measurements of a hybrid slab motor”, AIAA paper No. 99-2319, 35th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Los Angeles, June 1999
- 53 Feodosev V.I., “Resistenza dei materiali”, Editori Riuniti, Roma, 1977, pp. 286-292

- 54 UNI-ISO 5893 “Rubber and plastics test equipment – Tensile, flexural and compression types (constant rate of traverse) – description”, June 1994
- 55 Nielsen L.E., “Mechanical properties of polymers”, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1962
- 56 Russo Sorge A., Carmicino C., “Non-intrusive regression rate measurements in a hybrid rocket”, RTO Specialist’s Meeting on “Advances in Rocket Propellant Performance, Life and Disposal for Improved System Performance and Reduced Costs”, Denmark, September 2002
- 57 Wooldridge C.E., Muzzy R.J., “Internal ballistic considerations in hybrid rocket design”, J. Spacecraft, Vol. 4, No. 2, February 1967
- 58 Gordon S., McBride B.J., “Computer program of complex chemical equilibrium compositions and applications”, NASA Reference Publication 1311, October 1994
- 59 Rabinovitch B., “Regression rates and the kinetics of polymer degradation”, Tenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1965
- 60 Schittkowski K., “NLPQL: A FORTRAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems”, Clyde L. Monma, Annals of Operations Research (1986), Vol. 5, pp. 485-500
- 61 Chiaverini M.J., Kuo K.K., Peretz A., Harting G.C., “Regression rate and heat-transfer correlations for hybrid rocket combustion”, Journal of Propulsion and Power, Vol. 17, No. 1, January-February 2001
- 62 Abramovich G.N., “The theory of turbulent jets”, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1963, pp. 3-17
- 63 Beichel R., “Nozzle concept for single-stage shuttles”, Astronautics & Aeronautics, June 1975, pp. 19-27
- 64 Sullivan M., Swartzwelder M., Lloyd L., “Venture Star; the future of space”, Internal Report, Department of Aerospace Engineering, The Pennsylvania State University
- 65 Hageann G., Immich H., Van Nguyen T. and Dumnov G.E., “Advanced rocket nozzles”, Journal of Propulsion and Power, Vol. 14, No. 5, September-October 1998
- 66 Russo Sorge A., Savino R., Paterna D., “Analisi delle prestazioni di ugelli a spina con gas reagenti”, XIV Congresso Nazionale, AIDAA, Napoli, Ottobre 1997
- 67 Russo Sorge A., Paterna D., Papa C., “Numerical simulation of flowfields in a plug nozzle with reacting flow”, XIV International Symposium ISABE, Firenze, Italy, October 1999

- 68 Russo Sorge A., Papa C., “Numerical simulation of flowfields in an axisymmetric aerospike nozzle with reacting flow”, 40th Israel Annual Conference on Aerospace Sciences, Haifa, Israel, February 2000
- 69 Zucrow M.J. and Hoffmann J.D., “Gas Dynamics”, Wiley, New York, 1976, Vol. 1, pp. 207-209
- 70 Nasuti F. and Onofri M., “A methodology to solve flowfields of plug nozzles for future launchers”, AIAA paper No. 97-2941, 33rd Joint Propulsion Conference & Exhibit, Seattle, July 1997
- 71 Nasuti F. and Onofri M., “Analysis of in-flight behaviour of truncated plug nozzles”, AIAA paper No. 2000-3289, 36th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Huntsville, July 2000
- 72 Tomita T., Takahashi M., Onodera T., “Effect of base bleed on thrust performance of a linear plug nozzle”, AIAA paper No. 99-2586, 35th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Los Angeles, June 1999
- 73 Connors J.F., Cubbison R.W. & Mitchell G.A., “Annular internal-external expansion rocket nozzles”, NACA TN D-1049, NASA, May 1961
- 74 Angelino G., “Sulle prestazioni degli effusori a spina”, L' Aerotecnica, Vol. 43, pp. 101-110, Giugno 1963
- 75 Angelino G., “Approximate method for plug nozzle design”, AIAA Journal, Vol. 2, No. 10, October 1964
- 76 Rao G.V.R., “Spike nozzle contours for optimum thrust”, Ballistic Missiles and Space Technology, Pergamon Press, 1961
- 77 Humphreyes R., Thopson D.H., Hoffann J.D., “Design of maximum thrust plug nozzles for fixed inlet geometry”, AIAA Journal, Vol. 9, No. 8, August 1971
- 78 Carlomagno G.M., “Fluidodinamica”, Liguori Editore, Napoli, Giugno 2001, pp. 291-290; 360-370
- 79 Sakamoto H., Takahashi M., et al. “An experimental study on a 14 kN linear aerospike-nozzle combustor”, AIAA paper No. 99-2761, 35th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Los Angeles, June 1999
- 80 Boeing Company, XRS-2200, indirizzo web <http://www.boeing.com/defense-space/space/propul/XRS2200.html>

- 81 Dumnov G., Klimov V., Ponomarev N., “Investigation of linear plug layouts of rocket engines for reusable launch vehicles”, AIAA paper No. 2000-3288, 36th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Huntsville, July 2000
- 82 Tomita T., Takahashi M., Onodera T., Tamura T., “Thrust loss due to design of linear plug nozzles”, AIAA paper No. 2000-3290, 36th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Huntsville, Alabama, July 2000
- 83 Carmicino C., Nocito A., De Crescenzo G., Paterna D., Russo Sorge A., “Numerical flowfield analysis and experimental tests on a two dimensional plug nozzle working in overexpanded conditions”, 8th International Workshop on Combustion and Propulsion, Naples, June 2002
- 84 Kreith F., “Principles of heat transfer”, 3rd Ed., A Ferrer and Simons International University Edition, 1973, pp. 415-447
- 85 Astarita T., Cardone G., Carlomagno G.M., “Convective heat transfer in ribbed channels whit a 180° turn”, Experiments in Fluids 33, pp. 90-100, June 2002
- 86 Fluent 6.0 user’s guide, sez. 10.3