

Ministero dell'Istruzione, dell' Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Siano f e g le funzioni definite, per tutti gli x reali, da

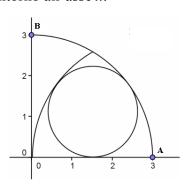
$$f(x) = \left| 27x^3 \right|$$
 $e g(x) = sen\left(\frac{3}{2}\pi x\right)$

- 1. Qual è il periodo della funzione g? Si studino f e g e se ne disegnino i rispettivi grafici G_f e G_g in un conveniente sistema di riferimento cartesiano Oxy.
- 2. Si scrivano le equazioni delle rette r e s tangenti, rispettivamente, a G_f e a G_g nel punto di ascissa $x = \frac{1}{3}$. Qual è l'ampiezza, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto formato da r e da s?
- 3. Sia R la regione delimitata da G_f e da G_g . Si calcoli l'area di R.
- 4. La regione R, ruotando attorno all'asse x, genera il solido S e, ruotando attorno all'asse y, il solido T. Si scrivano, spiegandone il perchè, ma senza calcolarli, gli integrali definiti che forniscono i volumi di S e di T.

PROBLEMA 2

Nel primo quadrante del sistema di riferimento Oxy sono assegnati l'arco di circonferenza di centro O e estremi A(3, 0) e B(0, 3) e l'arco L della parabola d'equazione $x^2 = 9 - 6y$ i cui estremi sono il punto A e il punto (0, 3/2).

- 1. Sia *r* la retta tangente in A a L. Si calcoli l'area di ciascuna delle due parti in cui *r* divide la regione R racchiusa tra L e l'arco AB.
- 2. La regione R è la base di un solido W le cui sezioni, ottenute tagliando W con piani perpendicolari all'asse x, hanno, per ogni $0 \le x \le 3$, area $S(x) = e^{5-3x}$. Si determini il volume di W.
- 3. Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione di R intorno all'asse x.
- 4. Si provi che l'arco L è il luogo geometrico descritto dai centri delle circonferenze tangenti internamente all'arco AB e all'asse x. Infine, tra le circonferenze di cui L è il luogo dei centri si determini quella che risulta tangente anche all'arco di circonferenza di centro A e raggio 3, come nella figura a lato.



Ministero dell'Istruzione, dell' Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Cosa rappresenta il limite seguente e qual è il suo valore?

$$\lim_{h \to 0} \frac{5\left(\frac{1}{2} + h\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4}{h}$$

- 2. Si illustri il significato di *asintoto* e si fornisca un esempio di funzione f(x) il cui grafico presenti un asintoto orizzontale e due asintoti verticali.
- 3. La posizione di una particella è data da $s(t) = 20 \left(2e^{-\frac{t}{2}} + t 2\right)$. Qual è la sua accelerazione al tempo t = 4?
- 4. Quale è la capacità massima, in litri, di un cono di apotema 1 metro?
- 5. Siano dati nello spazio *n* punti P₁, P₂, P₃, P_n. Quanti sono i segmenti che li congiungono a due a due? Quanti i triangoli che hanno per vertici questi punti (supposto che nessuna terna sia allineata)? Quanti i tetraedri (supposto che nessuna quaterna sia complanare)?
- 6. Sia $f(x) = 5senx \cos x + \cos^2 x sen^2 x \frac{5}{2}sen2x \cos 2x 17$; si calcoli f'(x).
- 7. E' dato un tetraedro regolare di spigolo l e altezza h. Si determini l'ampiezza dell'angolo α formato da l e da h.
- 8. Qual è il valor medio di $f(x) = \frac{1}{x}$ da x = 1 a x = e?
- 9. Il problema di Erone (matematico alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B, situati dalla stessa parte rispetto ad un retta r, nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando r. Si risolva il problema nel modo che si preferisce.
- 10. Quale delle seguenti funzioni è positiva per ogni *x* reale?
 - A) $\cos(sen(x^2+1))$ B) $sen(\cos(x^2+1))$ C) $sen(\ln(x^2+1))$ D) $\cos(\ln(x^2+1))$ Si giustifichi la risposta.